

Lista 8. Krzywe stożkowe.

1. Zidentyfikować krzywe dane poniższymi równaniami. Następnie

- znaleźć ich charakterystyczne punkty i proste takie jak środek, ogniska, asymptoty itd.,
- naszkicować precyzyjnie wykresy tych krzywych.

(a) $x^2 + 9y^2 + 2x - 8 = 0$.

(b) $16x^2 + y^2 - 32x + 6y + 21 = 0$.

(c) $x^2 + 16y^2 - 6x + 32y + 21 = 0$.

(d) $3x^2 + 3y^2 - 4x + 5y - 1 = 0$.

(e) $x^2 - y^2 + 2x + 4y - 11 = 0$.

(f) $-2x^2 + y^2 + 8x - 2y - 13 = 0$.

(g) $-4x^2 + 4x - 2y + 1 = 0$.

(h) $y^2 - 6y + \frac{1}{2}x = 0$.

2. $F_1 = (-3, 2)$ and $F_2 = (5, 2)$ są ogniskami elipsy. Wiedząc, że jej mimośród to $e = \frac{4}{5}$ znaleźć równanie tej krzywej i narysować jej wykres.

3. Proste $y = \frac{1}{2}x - \frac{5}{2}$ i $y = -\frac{1}{2}x - \frac{3}{2}$ są asymptotami pewnej hiperboli. Wiedząc, że jednym z jej wierzchołków jest punkt $A = (1, 0)$ znaleźć równanie tej krzywej i narysować jej wykres.

4. Znaleźć równanie paraboli, której ogniskiem jest punkt $F = (5, 3)$, a kierownicą - prosta $x = 9$.

5. Narysować precyzyjne wykresy poniższych funkcji poprzez identyfikację odpowiedniej krzywej stożkowej oraz wyznaczenie jej cech charakterystycznych.

(a) $f(x) = -\sqrt{-x^2 + 2x - 1}$.

(b) $f(x) = 3 + \sqrt{-x^2 - 6x - 5}$.

(c) $f(x) = 3 + 2\sqrt{-x^2 - 6x - 5}$.

(d) $f(x) = -1 - \sqrt{-9x^2 + 6x}$.

(e) $f(x) = \sqrt{x^2 - 1}$.

(f) $f(x) = -\sqrt{x^2 + 1}$.

(g) $f(x) = 1 - \sqrt{2x^2 + x}$.

(h) $f(x) = 2 + \sqrt{2x^2 + x + 1}$.

(i) $f(x) = -2 + \sqrt{2x - 1}$.

(j) $f(x) = 1 - \sqrt{1 - x}$.

6. (*) Rozpatrujemy funkcję wymierną postaci $f(x) = \frac{Ax^2 + Bx + C}{ax + b}$ taką, że $A, a \neq 0$ i f nie jest liniowa (czyli licznik z mianownikiem nie redukują się).

Jaką popularną krzywą może być wykres f ? Wyznaczyć jej cechy charakterystyczne.

Krzysztof „El Profe” Michalik