# Rachunek prawdopodobieństwa - lista 10.

1. Obliczyć bezpośrednio z definicji splotu rozkładów, że gdy $X$ i $Y$ są niezależne i
   (a) $X \sim B(n,p)$, $Y \sim B(1,p)$ to $X+Y \sim B(n+1,p)$,
   (b) $X \sim Po(\lambda)$, $Y \sim Po(m)$ to $X+Y \sim Po(\lambda+m)$,
   (c) $X \sim U(0,1)$, $Y \sim U(-1,0)$ to $X+Y$ ma tzw. rozkład trójkątny na przedziale (-1,1) czyli rozkład o gęstości $(1-|x|)\cdot \mathbf{1}_{(-1,1)}(x)$.
2. Niech $X$ i $Y$ będą niezależnymi zmiennymi losowymi takimi, że $X \sim U(-1,1)$, a $Y \sim Exp(1)$. Wyznaczyć gęstości zmiennych $U = \min(X,Y)$ oraz $V = \max(X,Y)$.
3. Wyprowadzić bezpośrednio z definicji wzór na funkcję charakterystyczną rozkładu
   (a) wykładniczego o wartości oczekiwanej $\frac{1}{\lambda}$,
   (b) $Geo(p)$,
   (c) $Po(\lambda)$,
   (d) $NB(n,p)$.
4. Poniższe zmienne losowe $X$ mają skończony drugi moment. Obliczyć ich wartości oczekiwane oraz wariancje korzystając z funkcji charakterystycznych.
   (a) $X \sim Po(\lambda)$.
   (b) $X \sim NB(n,p)$.
   (c) $X \sim N(m,\sigma^2)$.
   (d) $X \sim \Gamma(a,b)$.
5. Korzystając z funkcji charakterystycznych wyznaczyć dla niezależnych zmiennych losowych $X_1, X_2, ..., X_n$ rozkład sumy $X_1 + X_2 + ... + X_n$ jeżeli
   (a) $X_i \sim Po(\lambda_i)$,
   (b) $X_i \sim N(m_i, \sigma_i^2)$,
   (c) $X_i$ o rozkładzie wykładniczym ze średnią $\frac{1}{\lambda_i}$,
   (d) $X \sim Geo(p)$.

Krzysztof „El Profe" Michalik