

Rachunek prawdopodobieństwa - lista 2.

- Odcinek o długości 2cm zostaje rozcięty losowo w dwóch miejscach na trzy kawałki. Wykazać, że jest 25% szans na to, że z tych kawałków da się skonstruować trójkąt.
- Współczynniki b and c funkcji $y = x^2 + bx + c$ zostały wybrane losowo i niezależnie z przedziału $[0, 4]$. Obliczyć prawdopodobieństwo, że y
 - ma dwa różne pierwiastki rzeczywiste,
 - nie ma pierwiastków rzeczywistych,
 - ma jeden pierwiastek podwójny.
- W równaniu $x + a \ln x + b = 0$ współczynnik a został wybrany losowo $[-1, 0)$, a współczynnik b - losowo z przedziału $(-2, 0)$ i niezależnie od a . Obliczyć prawdopodobieństwo, że równanie to ma 2 rozwiązania. Podać dokładny wynik.
- Igła o długości l została rzucona na podłogę z prostokątnych desek o długości L , $L \geq l$. jakie jest prawdopodobieństwo, że igła przetnie krawędź którejś z desek? W jaki sposób wynik ten może zostać użyty do wyznaczenia przybliżonej wartości liczby π ?
- Fragment powierzchni Księżyca może być opisany jako obszar pomiędzy osiami X , Y oraz wykresem krzywej $y = \frac{6-x}{x^2+4}$, $x \in [0, 6]$. Na ten obszar spadają losowo meteoryty. Jakie jest prawdopodobieństwo, że losowy spadający meteoryt wyląduje w miejscu oddalonym od punktu $(0, 0)$ o mniej niż 1? Wyznaczyć dokładny wynik, a następnie zaokrąglony do najbliższego procenta.
- Rzucamy symetryczną kostką 4 razy. Jakie jest prawdopodobieństwo, że każdy wynik będzie inny?
- Rzucamy symetryczną kostką 4 razy. Jakie jest prawdopodobieństwo, że suma otrzymanych wyników wyniesie przynajmniej 22?
- Wśród sześciu książek znajduje się trzypiętomowy słownik. Ustawiamy losowo te książki na półce. Obliczyć prawdopodobieństwo, że
 - wszystkie tomy słownika będą stały obok siebie,
 - żadne dwa tomy słownika nie będą stały obok siebie.
- Losujemy jednocześnie 13 kart ze standardowej talii. Obliczyć prawdopodobieństwo, że wylosujemy
 - dokładnie 6 kierów,
 - dokładnie 5 pików,
 - dokładnie 6 kierów lub dokładnie 5 pików.
- Losujemy jednocześnie 13 kart ze standardowej talii. Korzystając ze wzoru włączeń i wyłączeń obliczyć prawdopodobieństwo, że dostaniemy dokładnie 4 karty tego samego koloru.
- W grze w pokera każdy z graczy dostaje po 5 kart ze standardowej talii. Obliczyć prawdopodobieństwo, że przed obejrzeniem kart dany gracz dostanie
 - "kolor" - 5 dowolnych kart w tym samym kolorze,
 - "fulla" - 3 takie same karty i 2 takie same np 3 asy i 2 czwórki.

Po podniesieniu kart gracz otrzymał asa pik, asa kier, króla karo, 2 pik i 9 karo. Decyduje się wymienić 2 pik i 9 karo na dwie inne karty (czyli odrzuca te karty, a na ich miejsce otrzymuje 2 nowe karty z pozostałych 47). Jakie jest prawdopodobieństwo, że po wymianie gracz będzie miał fulla?

12. W brydża grają przeciwko sobie dwie pary graczy przy użyciu standardowej talii kart (13 kart w każdym z 4 kolorów). Gracze stanowiący parę siedzą naprzeciwko siebie, oznaczeni są stronami świata (N,S,W,E) i każdy gracz trzyma 13 kart. W czasie licytacji pary deklarują ilość lew do wzięcia, a potem przystępują do rozgrywki. Jeżeli para weźmie zapowiedzianą ilość lew zdobywa punkty, jeżeli weźmie ich mniej to traci punkty.

Para WE dostała następujące karty (A-as, K-król, D-dama, W-walet):

Piki: AK3	N	Piki: D65
Kiery: ADW3	W E	Kiery: K65
Kara: AK2	S	Kara: 765
Trefle: AKD		Trefle: 10643

Z takimi kartami ilość lew, które można wziąć zależy od rozkładu trefli u graczy N i S. Para WE weźmie wszystkie 13 lew jeżeli wystąpi któryś z poniższych układów:

- trefle podzielą się 3-3 czyli każdy z graczy N i S będzie miał ich dokładnie trzy,
- trefle podzielą się 4-2 i dodatkowo jednym z trefli w parze będzie walet, np. W9 u N i 8752 u S,
- trefle podzielą się 5-1 i pojedynczym treflem będzie walet, np. 98752 u N i W u S.
- któryś z graczy będzie miał cztery trefle z waletem i jednocześnie pięć kar, np. N będzie miał karty: piki 109, kiery 98, kara D10943, trefle W987, a S - pozostałe karty.

W pozostałych przypadkach para WE weźmie 12 lew i straci jedną.

Obliczyć prawdopodobieństwo, powyższych układów i wykazać, że szansa na wzięcie 13 lew wynosi w przybliżeniu 58%.

Krzysztof „El Profe” Michalik