

Rachunek prawdopodobieństwa - lista 7.

1. Wyprowadzić formalne wzory na wartość oczekiwaną, wariancję, medianę i kwantyle rzędu α dla rozkładu
 - (a) jednostajnego,
 - (b) wykładniczego.
2. Niech X będzie zmienną losową o ciągłej i rosnącej dystrybuancie F . Udowodnić, że zmienna $Y = F(X)$ ma rozkład jednostajny $U(0, 1)$. Wywnioskować stąd rozkład zmiennej $Z = F^{-1}(Y)$.
3. Czas pracy pewnego typu urządzeń ma rozkład wykładniczy.
 - (a) Wykazać, że prawdopodobieństwo, że urządzenie będzie pracowało dłużej niż swój średni czas pracy jest zawsze takie samo (czyli nie zależy od parametru tego rozkładu).
 - (b) Jeśli średni czas pracy tego urządzenia wynosi 10 lat to obliczyć prawdopodobieństwo, że będzie ono pracować przynajmniej 7 lat.
4. X ma rozkład normalny standardowy, a $\Phi = \Phi(x)$ jest jego dystrybuantą. Zapisać poniższe prawdopodobieństwa przy pomocy $\Phi(x)$, $x > 0$, a następnie obliczyć je z dokładnością do 4 miejsc po przecinku.
 - (a) $P(X < 2)$,
 - (b) $P(X \leq -1.2)$,
 - (c) $P(X > 0.75)$,
 - (d) $P(X \geq -1.84)$,
 - (e) $P(0.16 < X < 1.33)$,
 - (f) $P(X \geq -0.11 | X < 1)$.
5. X ma rozkład normalny ze średnią 2,4 i odchyleniem standardowym 1,6. Zapisać poniższe prawdopodobieństwa przy pomocy $\Phi(x)$, $x > 0$, a następnie obliczyć je z dokładnością do 4 miejsc po przecinku.
 - (a) $P(X < 3)$,
 - (b) $P(X \geq 0)$,
 - (c) $P(0.16 < X < 1.33)$,
 - (d) $P(X \geq -0.13 | X > 1)$.
6. Załóżmy, że $X \sim N(m, \sigma^2)$.
 - (a) Jeżeli $m = 1.2$ i $\sigma = 0.8$ to obliczyć dolny kwartył X .
 - (b) Jeżeli $\sigma = 1.2$ i $P(X < 2.4) = 0.8$ to wyznaczyć m .
 - (c) Jeżeli $m = 3$ i $P(X \geq 0) = 0.7$ to wyznaczyć σ .

7. X ma rozkład normalny taki, że $P(X > 0) = 0.4$ and $P(X < 2) = 0.9$. Wyznaczyć parametry tego rozkładu.
8. W pewnej grupie studentów wyniki egzaminu z kursu "Analiza matematyczna 1" miały, w przybliżeniu, rozkład normalny ze średnią 15 punktów i odchyleniem standardowym 4 punktów.
- Aby otrzymać ocenę dostateczną należało uzyskać wynik między 15, a 18 punktów. Jakie jest prawdopodobieństwo takiego zdarzenia?
 - Obliczyć prawdopodobieństwo, że w grupie 5 studentów przynajmniej trzech uzyskało ocenę dostateczną.
 - Minimalny wynik punktowy na ocenę bardzo dobrą został tak wyznaczony, że 5% studentów uzyskało tą ocenę. Obliczyć ten wynik z dokładnością do 0,5 punktu.
9. Producent produkuje oporniki, których oporność ma rozkład normalny ze średnią 2Ω i odchyleniem standardowym 0.08Ω . Uznaje się, że opornik zachowuje normę jeżeli jego oporność ma wartość między 1.9Ω , a 2.1Ω .
- Obliczyć prawdopodobieństwo, że losowo wybrany opornik zachowa normę.
 - Z paczki wyciągamy kolejne tego typu oporniki tak długo, aż 4 z nich będą zachowywać normę. Obliczyć prawdopodobieństwo, że wylosujemy mniej niż 7 oporników.
 - Oporniki zachowujące normę są sprzedawane z zyskiem $0.05\$$ za sztukę. Oporniki o oporności powyżej 2.1Ω są sprzedawane po obniżonej cenie i przynoszą zysk $0.02\$$ za sztukę. Pozostałe oporniki są uznawane za wadliwe i przynoszą stratę $0.01\$$ za sztukę. Obliczyć oczekiwany zysk ze sprzedaży 100000 takich oporników. Wynik podać z dokładnością do 1\$.

Krzysztof „El Profe” Michalik