

Rachunek prawdopodobieństwa - lista 8.

1. Wektor losowy (X, Y) ma rozkład dany tabelą

	$Y = -1$	$Y = 1$	$Y = 2$
$X = -2$	0.3	0.1	0.2
$X = 1$	0.1	0.1	0.2

- Wyznaczyć rozkłady zmiennych X i Y .
- Zbadać bezpośrednio z definicji czy X i Y są niezależne.
- Obliczyć $P(Y > 0|X = 1)$ oraz $P(X = 1|Y > 0)$.
- Obliczyć współczynnik korelacji zmiennych X i Y .

2. Wektor losowy $U = (X, Y)$ ma rozkład dany tabelą

	$Y = -1$	$Y = 0$	$Y = 1$
$X = 0$	C	0	C
$X = 1$	0	C	0

- Wyznaczyć C .
- Wykazać, że X i Y są nieskorelowane ale zależne.
- $V = (S, T)$ jest wektorem losowym takim, że S ma rozkład X , T ma rozkład Y oraz S i T są niezależne. Wyznaczyć rozkład łączny V .

3. Wektor losowy (X, Y) ma gęstość daną wzorem

$$f(x, y) = \begin{cases} C(x + \ln(y + 1)) & , x \in [0, 2], y \in [0, 1], \\ 0 & , x \notin [0, 2] \vee y \notin [0, 1]. \end{cases}$$

- Wyznaczyć C .
- Wyznaczyć gęstości zmiennych X i Y .
- Zbadać czy X i Y są niezależne.
- Obliczyć $P(Y < X)$.
- Obliczyć współczynnik korelacji zmiennych X i Y .

4. Wektor losowy (X, Y) ma rozkład jednostajny na kole $D = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 4\}$.

- Wyznaczyć gęstości zmiennych X i Y .
- Wykazać, że X i Y są nieskorelowane ale zależne.
- Obliczyć $P(1 < Y < X)$.

5. Wektor losowy (X, Y) ma gęstość daną wzorem $f(x, y) = 3y \cdot \mathbf{1}_D(x, y)$, gdzie D jest trójkątem o wierzchołkach $(-1, 0)$, $(1, 0)$ oraz $(0, 1)$.

- Wykazać, że jest to poprawnie zdefiniowana dwuwymiarowa zmienna losowa.
- Wyznaczyć gęstości zmiennych X i Y .

(c) Obliczyć $P\left(Y > \frac{1}{2}\right)$.

(d) Obliczyć $P\left((X + 1)^2 + Y^2 \leq 1\right)$.

Krzysztof „El Profe” Michalik