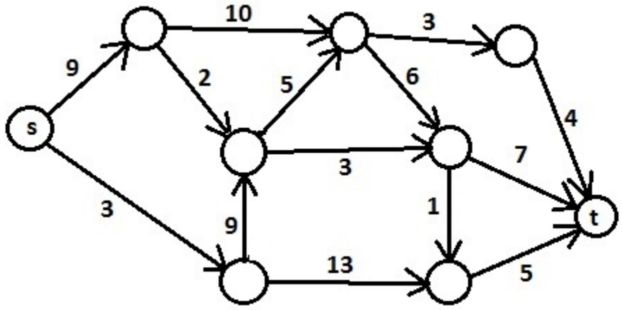
Badania operacyjne

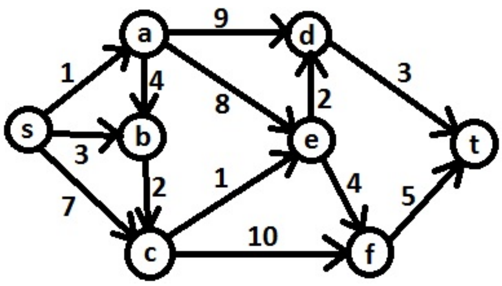
Matematyka Stosowana

4. zestaw zadań

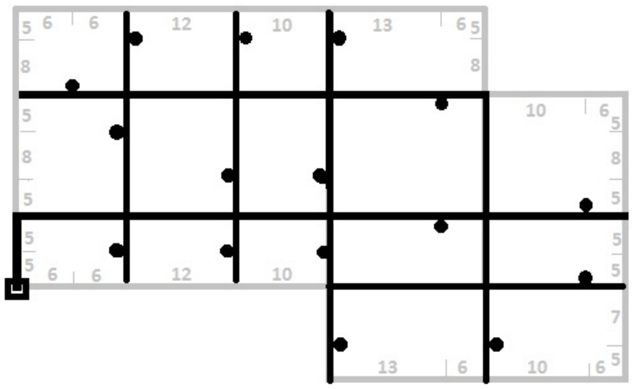
1. Korzystając z algorytmu Dijkstry znajdź najkrótszą drogę z wierzchołka s do wierzchołka t dla grafu poniżej:



2. Korzystając z algorytmu Dijkstry znajdź najkrótszą drogę z wierzchołka s do wierzchołka t dla grafu poniżej:



3. Na rysunku poniżej widnieje mapka nowo powstałego osiedla. Na czarno zaznaczone są ulice, kółkami przyłącza domów do sieci wodociągowej, a kwadratem podłączenie sieci wodociągowej dla osiedla do sieci miejskiej. Korzystając z algorytmu Kruskala zaprojektuj sieć wodociągową dla osiedla, która będzie mini-

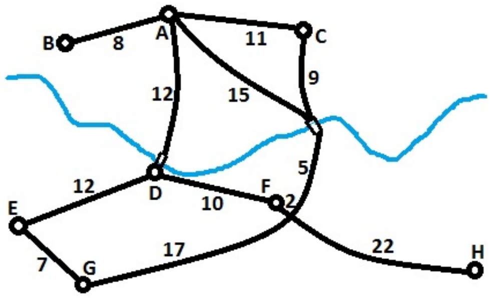


malizowała całkowitą długość rur wykorzystanych do jej stworzenia. Miej na uwadze, że każdy dom musi być podłączony do sieci, a rury sieci muszą iść wzdłuż ulic.

4. Mapka poniżej przedstawia pewną gminę z 8 większymi miejscowościami znajdującymi się na jej obszarze. Przy drogach łączących miejscowości podane są ich długości w kilometrach.

   (a) Przyjmijmy, że na polecenie wójta masz ustalić, w której miejscowości powinna powstać remiza straży pożarnej. Remiza powinna być umiejscowiona w miejscowości, która minimalizuje maksimum odległości od wszystkich miejscowości w gminie. Aby to zrobić, zastosuj następującą procedurę:

   - Oblicz odległości między wszystkimi miejscowościami i zapisz je w macierzy 8×8.
   - Optymalną lokalizację remizy znajdź, wybierając minimum z maksimów wartości w kolumnach macierzy.



(b) Znając metodę z poprzedniego podpunktu, wydedukuj, w których miejscowościach powinny stanąć remizy, jeśli miałoby ich powstać odpowiednio 2 lub 3. W tym wypadku lokalizacje powinny być wybrane w taki sposób, żeby zminimalizować największy dystans dzielący którąkolwiek z miejscowości od najbliższej remizy.

(c) Ile remiz musiałoby powstać, żeby dystans pomiędzy dowolną miejscowością a najbliższą jej remizą nie przekraczał 10 kilometrów? W których miejscowościach powinny one powstać? Co, jeśli dopuścimy budowę remiz również pomiędzy miejscowościami (ale wyłącznie w miejscach, które leżą przy którejś z dróg je łączących)? Czy liczba remiz się zmniejszy?

5. Dla gminy z poprzedniego zadania ustal optymalne położenie remizy, jeśli za kryterium przyjmiesz minimalizację średniej ważonej odległości między remizą a dowolną miejscowością. Zadanie wykonaj dla dwóch zestawów wag:

- Równe wagi dla wszystkich miejscowości.
- Wagi proporcjonalne do liczby mieszkańców poszczególnych miejscowości: przyjmijmy, że w A mieszka 4 tysiące ludzi, w B i D po 3 tysiące, w G 2 tysiące, a w pozostałych miejscowościach po tysiącu.

Wskazówka: Wartość funkcji celu dla poszczególnych miejscowości uzyskasz, przemnażając macierz z poprzedniego zadania przez wektor wag.

6. ([JKSW11]) Dla przedsięwzięcia składającego się z czynności od a do n:

- Narysuj graf sieciowy.
- Oblicz najkrótszy czas realizacji przedsięwzięcia.
- Wskaż czynności krytyczne.

Dane dla zadania podane są w tabeli:

Czynność	Czas wykonania	Przed nią wykonać
a	1	–
b	6	a
c	4	a
d	2	a
e	4	b
f	4	c
g	7	c
h	3	c
i	5	c, d
j	5	e, f
k	4	h, i
l	3	g, j, k
m	4	g, j, k
n	1	l, m

7. Dla przedsięwzięcia składającego się z czynności od a do m:

- Narysuj graf sieciowy.
- Oblicz najkrótszy czas realizacji przedsięwzięcia.
- Wskaż drogę krytyczną.

- Odpowiedz na pytanie, która czynność ma największy zapas czasu.
- Powiedz, czy skrócenie czynności k o 2 dni wpłynie na drogę krytyczną i termin końcowy.
- Zakładając, że wszyscy zatrudnieni są w stanie wykonywać wszystkie wymienione czynności (i w związku z tym mogą pracować przy kilku z nich pod warunkiem, że nie są one wykonywane jednocześnie), odpowiedz na pytanie, ilu co najmniej pracowników trzeba zatrudnić, żeby wykonać całe przedsięwzięcie.

Dane dla zadania podane są w tabeli:

Czynność	Czas trwania (dni)	Przed nią wykonać	Potrzebnych pracowników
a	5	–	3
b	3	a	5
c	7	a	2
d	6	b	4
e	12	b	6
f	10	c, d	2
g	10	c, d	2
h	5	f, g	3
i	7	f, g, h	6
j	9	e, i	4
k	3	h, i	3
l	4	f, g, j	6
m	7	j, k, l	4

8. ([JKSW11]) Korzystając z metody PERT określ, który z przygotowanych wariantów technicznych przedsięwzięcia P gwarantuje większe prawdopodobieństwo dotrzymania terminu wykonania 48 dni (a w każdej z tabeli oznacza najkrótszy czas wykonania danej czynności, b – najdłuższy, a m – najbardziej prawdopodobny):

Czynności $i-j$	a	m	b
$1-2$	13	14	15
$1-3$	5	10	15
$1-4$	7	10	19
$2-3$	2	2	2
$2-5$	1	10	10
$3-6$	20	21	22
$3-7$	4	16	16
$4-7$	5	20	23
$5-8$	5	8	11
$6-8$	12	12	12
$7-8$	18	18	30

Czynności $i-j$	a	m	b
$1-2$	17	20	20
$1-3$	14	14	14
$1-4$	1	5	15
$2-5$	2	10	12
$3-6$	17	18	25
$3-7$	15	15	15
$4-7$	2	5	14
$5-8$	18	20	28
$6-8$	14	15	22
$7-8$	18	21	24

Literatura:

[JKSW11] Z. Jędrzejczyk, K. Kukuła, J. Skrzypek, A. Walkosz, Badania operacyjne w przykładach i zadaniach, wyd. 6, Wydawnictwo Naukowe PWN, 2011.