MAT1331 Analiza Matematyczna 2

Wydział Matematyki Politechniki Wrocławskiej

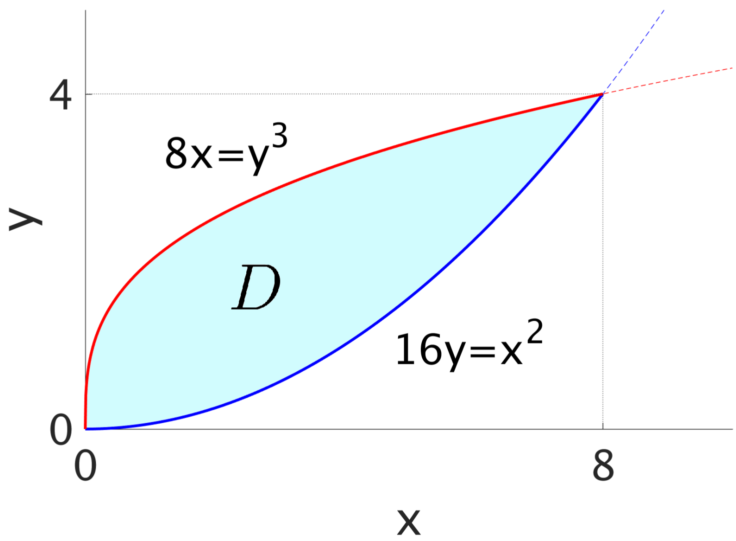
Opracowanie: **Iwona Zielińska**, I rok, Matematyka Stosowana

Zadanie nr 1 (a) z listy 1.

Oblicz pole obszaru normalnego D ograniczonego krzywymi: $16y = x^2$ i $8x = y^3$.

- Obliczamy współrzędne punktów, w których krzywe się przetną:

$$\begin{cases} 16y = x^2 \\ x = \frac{y^3}{8} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 16y = \frac{y^6}{8^2} \\ x = \frac{y^3}{8} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 0 \\ x = \frac{y^3}{8} \end{cases} \vee \begin{cases} y^5 = 4^5 \\ x = \frac{y^3}{8} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 0 \\ x = 0 \end{cases} \vee \begin{cases} y = 4 \\ x = 8 \end{cases}$$



Rysunek 1: Obszar D.

- Otrzymaliśmy, że $D = \{(x,y) : a = 0 \leqslant y \leqslant 4 = b, f(y) = \frac{y^3}{8} \leqslant x \leqslant 4\sqrt{y} = g(y)\}$
- Pozostało jedynie obliczyć pole obszaru D ze wzoru $|D| = \int\limits_a^b (g(y) - f(y))\mathrm{d}y$:

$$|D| = \int\limits_0^4 \left(4\sqrt{y} - \frac{y^3}{8}\right) \mathrm{d}y = 4\left[\frac{2}{3}y^{\frac{3}{2}}\right]_0^4 - \frac{1}{8}\left[\frac{1}{4}y^4\right]_0^4 = \frac{8}{3}\cdot 8 - \frac{1}{8}\cdot\frac{1}{4}\cdot 4^4 = 8\left(\frac{8}{3} - 1\right) = \frac{40}{3}.$$

- Odpowiedź: Pole obszaru D to $\frac{40}{3}$.