

Rachunek Prawdopodobieństwa MAP1181

Wydział Matematyki, Matematyka Stosowana

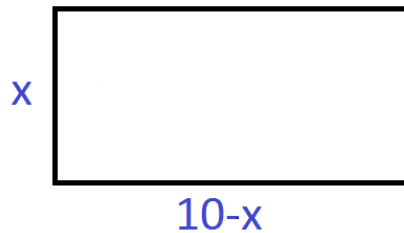
Lista 1. Rozwiązanie zadania 1.4 (b)

Opracowanie: Anna Bednarska

Zadanie **1.4**

- (b) Kawalek drutu długości 20 cm zgięto w przypadkowo wybranym punkcie pod kątem prostym, a następnie zgięto go w jeszcze dwóch miejscach tak, by powstała ramka prostokątna. Oblicz prawdopodobieństwo, że pole obszaru ograniczonego ramką nie przekracza 21 cm^2 . W rozwiązaniu określ precyzyjnie przestrzeń probabilistyczną modelującą podaną sytuację.

Rozwiązanie:



Rysunek: Mamy kawałek drutu długości 20 cm i chcemy zbudować z niego prostokątną ramkę. Jeśli za x przyjmiemy długość jednego z boków prostokąta, to wiadomo, że długość boku do niego prostopadłego musi wynosić $10 - x$, bo $2 \cdot x + 2 \cdot (10 - x) = 20$.

- Zdarzenie elementarne możemy utożsamić z wyborem x (patrz rysunek). Zatem $\Omega = \{x : 0 \leq x \leq 10\} = [0, 10]$, \mathcal{F} to borelowskie podzbiory Ω , P to prawdopodobieństwo geometryczne.

- $A = \{\text{pole prostokąta} \leq 21 \text{ cm}^2\} = \{x \in \Omega : x(10 - x) \leq 21\} = [0, 3] \cup [7, 10]$.

Obliczenia pomocnicze:

$$10x - x^2 \leq 21$$

$$-x^2 + 10x - 21 \leq 0$$

$$\Delta = 100 - 84 = 16$$

$$\sqrt{\Delta} = 4$$

$$x_1 = \frac{-10-4}{-2} = 7$$

$$x_2 = \frac{-10+4}{-2} = 3$$

$$-x^2 + 10x - 21 \leq 0 \iff x \leq 3 \vee x \geq 7$$

- $P(A) = \frac{\text{długość } A}{\text{długość } \Omega} = \frac{6}{10} = 0.6$