Ubezpieczenia majątkowe 2023/2024
Raport 1

Termin 8.02.2024, 23:59:59

W przypadku, gdy raport zostanie przysłany po terminie, maksymalna liczba punktów do uzyskania jest pomniejszona o liczbę $2^{\lceil \frac{n}{24} \rceil}$, gdzie n to liczba godzin opóźnienia.

W raporcie umieść opisy rozwiązywanych problemów. Raport w formie pdf wyślij na maila michal.balcerek@pwr.edu.pl załączając również użyty kod.

Opis

W zadaniach 4-6 rozpatrywany jest proces ruiny

$$U_t = u + (1+\vartheta)\mathbb{E}(N_t)\cdot\mathbb{E}(X_1) - \sum_{k=1}^{N_t} X_k, \tag{1}$$

gdzie $u > 0$ jest kapitałem początkowym, $\vartheta \geq 0$ narzutem na bezpieczeństwo, N_t pewnym procesem odnowy niezależnym od ciągu $\{X_k\}_k$, który jest ciągiem iid nieujemnych zmiennych losowych o skończonej wartości oczekiwanej. Prawdopodobieństwem ruiny w nieskończonym czasie nazywamy

$$\psi(u) = \mathbb{P}\left(\inf_{t\geq 0} U_t < 0\right). \tag{2}$$

Prawdopodobieństwem ruiny w skończonym czasie T nazywamy

$$\psi(u,T) = \mathbb{P}\left(\inf_{t\in[0,T]} U_t < 0\right) \tag{3}$$

Zadania

1. Wybierz zadanie z części ubezpieczeń majątkowych egzaminów aktuarialnych Link. Rozwiąż je używając symulacji komputerowych.
2. Na podstawie symulacji Monte Carlo pokaż, że mieszany rozkład Poissona z Λ mającą rozkład gamma jest rozkładem ujemnym dwumianowym.

3. Na podstawie symulacji Monte Carlo zbadaj rozkład $S = \sum_{k=1}^{N} X_k$ dla

   i) X mającego rozkład jednostajny na $1, 2, \ldots, 10$

   ii) X mającego rozkład logarytmiczny z parametrem p takim, że $\mathbb{E}X = 5$

   a) N mającego rozkład Poissona $P(\lambda = 5)$

   b) N mającego rozkład geometryczny z p takim, że $\mathbb{E}N = 5$.

   Porównaj go z wynikami uzyskanymi na podstawie rekursji Panjera (łącznie 4 przypadki).

4. Niech U_t będzie klasycznym procesem ryzyka, tj. N_t jest jednorodnym procesem Poissona z intensywnością λ, X_k mają rozkład wykładniczy ze parametrem β (czyli o średniej β^{-1}).

   a) Na podstawie $N = 1000$ trajektorii zbadaj aproksymację prawdopodobieństwa ruiny.

      - Zbadaj zależność od horyzontu czasowego (tj. $\psi(u, T)$ w zależności od T).
      - Zbadaj zależność od kapitału początkowego (tj. $\psi(u, T)$ w zależności od u).
      - Rozważ kilka przykładowych intensywności $\lambda = 1, 2, 5, 10$.
      - Rozważ kilka przykładowych intensywności $\beta = \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, 1, 2$.

   b) Porównaj wyniki z poprzedniego zadania z analitycznym wzorem na prawdopodobieństwo ruiny (w nieskończonym czasie).

5. Powtórz zadanie 4 dla rozkładów strat X z mieszanki wykładniczej, tj. o gęstości

$$p(x) = p f_{\beta_1}(x) + (1 - p) f_{\beta_2}(x), \tag{4}$$

   gdzie $f_\beta(x)$ jest gęstością rozkładu wykładniczego o parametrze β.

   - Rozważ $p = 0.4, \beta_1 = 1, \beta_2 = 2$.

   a) Porównaj wyniki ze wzorem na prawdopodobieństwo ruiny w nieskończonym czasie (dokładny wzór był na wykładzie).

   b) Porównaj wyniki z kilkoma aproksymacjami prawdopodobieństwo ruiny (w nieskończonym czasie).

6. Powtórz zadanie 4 dla rozkładów strat X opisanych dystrybuantą

$$F(x) = 1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda + x}\right)^{\alpha}, \quad x > 0. \tag{5}$$

Rozważ $\alpha = 1.5, 5$.

a) Porównaj wyniki do wzoru na prawdopodobieństwo ruiny w skończonym czasie skończonym (parametry rozkładu wykładniczego ustal przyrównując ze sobą średnie).

b) Pokaż, że aproksymacje p-stwa ruiny nie działają tutaj zbyt dobrze (szczególnie dla przypadku $\alpha = 1.5$. Możesz to zrobić porównując wyniki z kilkoma aproksymacjami prawdopodobieństwo ruiny (w nieskończonym czasie).