# WPPT, Analiza Matematyczna - Lista 16

**186.** Wyznaczyć ciągi sum częściowych i zbadać zbieżność szeregów:

a) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \ln\left(1+\frac{1}{n}\right)$; b) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}\sqrt{n+1}(\sqrt{n+1}+\sqrt{n})}$; c) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\frac{\sum\limits_{k=1}^{n} 2^k}{3^n}\right)$.

**187.** Zbadać zbieżność szeregów:

a) $\sum\limits_{n=3}^{\infty} \frac{1}{n \ln n \ln^2 \ln n}$; b) $\sum\limits_{n=2}^{\infty} \frac{\ln n}{\sqrt{n^3}}$; c) $\sum\limits_{n=2}^{\infty} \frac{1}{\ln n}$; d) $\sum\limits_{n=2}^{\infty} \left[\ln\left(\frac{n}{n-1}\right) - \frac{1}{n}\right]$.

**188.** Zbadać zbieżność szeregów:

a) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2}{n^n}$; b) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(1-\cos\frac{1}{n}\right)$; c) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(1-n\sin\frac{1}{n}\right)$; d) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^{\ln n}}$;

e) $\sum\limits_{n=2}^{\infty} \left(\sqrt[n]{3}-1\right)$; f) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sqrt[3]{n}\,\mathrm{tg}\,\frac{1}{n}$; g) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}\sqrt{\sin\frac{1}{n}}$; h) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n\sqrt{n}}\left(\frac{5}{4}\right)^n$.

**189.** Udowodnić, że

a) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{5^n}{n!} = 0$; b) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{(2n)!}{n^n} = \infty$; c) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{2^n n!}{n^n} = 0$.

**190.** Zbadać zbieżność szeregów:

a) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{n-\ln n}$; b) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{n^3}{2^n}$; c) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2+(-1)^n}{n}$.

**191.** Szereg $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$, gdzie $a_n > 0$, jest zbieżny. Czy zbieżne są szeregi:

a) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n^2$; b) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sqrt[n]{a_n}$; c) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sin^2\sqrt{a_n}$; d) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n a_n}{n+a_n}$?

**192.** Szeregi $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ i $\sum\limits_{n=1}^{\infty} b_n$ są zbieżne. Zbadać zbieżność szeregów $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \min\{a_n, b_n\}$ i $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \max\{a_n, b_n\}$.

**193.** Szereg $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ jest zbieżny. Czy zbieżny jest szereg $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{n}$?

**194.** Udowodnić, że szereg $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ jest zbieżny bezwzględnie wtedy i tylko wtedy, gdy dla dowolnego ciągu $(\varepsilon_n)$, gdzie $\varepsilon_n \in \{-1, 1\}$, zbieżny jest szereg $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \varepsilon_n a_n$.

**195.** Szeregi $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n^2$ i $\sum\limits_{n=1}^{\infty} b_n^2$ są zbieżne. Pokazać, że szeregi $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n b_n$ i $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{a_n+b_n}{n}$ są bezwzględnie zbieżne.

**196.** Szereg $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n a_n$ jest zbieżny. Czy zbieżne są szeregi:

a) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$; b) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} |a_n|$; c) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sqrt{n}|a_n|$?