Algebra F1 - Lista 3

WPPT, kier. fizyka, I rok.

Zad.1 Wyznaczyć pierwiastki wielomianów:

(a) $W(x) = 12x^3 + 8x^2 - 3x - 2$, (b) $P(x) = 3x^3 - 2x^2 + 3x - 2$,

(d) $Q(x) = 6x^4 + 7x^2 + 2$, (e) $R(x) = x^3 + 3x^2 - 4$.

Zad.2 Pokazać, że jeśli z jest pierwiastkiem nierzeczywistym wielomianu zespolonego P o współczynnikach rzeczywistych, to $P(\overline{z}) = 0$. (fakt z wykładu)

Zad.3 Obliczyć pierwiastki wielomianów

(a) $W(x) = x^4 + 3x^3 + 5x^2 + 3x + 4$, wsk.: obliczyć $W(i)$,

(b) $W(x) = x^4 + 7x^3 + 17x^2 + 16x + 10$, wsk.: obliczyć $W(-3 + i)$

Zad.4 Uzasadnić twierdzenie Bezout korzystając z faktu z wykładu mówiącego, że jeśli P i Q są wielomianami i stopień P jest większy niż stopień Q, to $P(z) = I(z)Q(z) + R(z)$, gdzie I oraz R są wielomianami i stopień R jest mniejszy niż stopień Q. (fakt z wykładu)

Zad.5 Nie wykonując dzielenia wyznaczyć resztę z dzielenia wielomianów P przez Q, gdzie

(a) $P(x) = x^7 + 2x^5 - 3x^2 + 2,\ Q(x) = x^2 + 2x + 3$, (b) $P(x) = x^{2001} + x^2 + 1,\ Q(x) = x - 1$,

(d) $P(x) = x^{2023} + 2x^{1003} + 3x^4 - 2,\ Q(x) = x^2 + 1$, (e) $P(x) = x^{2001} + x^2 + 1,\ Q(x) = (x - 1)^2$.

Skorzystać z faktu podanego w poprzednim zadaniu.

Pozostałe zadania z wielomianów pojawią się po następnym wykładzie...