

Algebra F1 - Lista 5

WPPT, kier. fizyka, I rok.

Zad.1 Wykonać działania AB , BA , A^2 , B^2 (jeśli można je wykonać)

$$(a) A = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 1 & 5 & 0 \end{bmatrix}$$

$$(b) A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 4 & 2 & -1 \end{bmatrix}$$

$$(c) A = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}, B = [1 \quad 3 \quad -1 \quad 1]$$

$$(d) A = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 6 \\ -1 & -3 & -5 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

Zad.2 Rozwiązać równania macierzowe

$$(a) X + \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 0 & 2 & 3 \end{bmatrix} = 2 \left(X - \begin{bmatrix} 1 & -3 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix} \right)$$

$$(b) X^2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$(c) X^2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$(d) X^2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Zad.3 Pokazać, że każdą macierz kwadratową można przedstawić jednoznacznie jako sumę macierzy symetrycznej ($A^T = A$) i antysymetrycznej ($A^T = -A$).

Zad.4 Wyznaczyć wszystkie macierze przemienne z macierzą $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$.

Zad.5* Uzasadnić, że iloczyn macierzy trójkątnych górnych jest macierzą trójkątną górną.

Zad.6* Uzasadnić, że mnożenie macierzy jest łączne (tzn. $(AB)C = A(BC)$).

Zad.7* Uzasadnić, że $(AB)^T = B^T A^T$.

Zad.8 Rozwiązać układy równań (jeśli istnieje rozwiązanie)

$$(a) \begin{cases} 2x + 2y - z = 5 \\ 4x + 3y - z = 8 \\ 3x + 3y - 2z = 8 \end{cases}$$

$$(b) \begin{cases} 2x - y + 3z = 9 \\ 3x - 5y + z = -4 \\ 4x - 7y + z = 5 \end{cases}$$

$$(c) \begin{cases} x + y + 5z + 2t = 1 \\ 2x + 3y + 11z + 5t = 2 \\ 2x + y + 3z + 2t = -3 \\ x + y + 3z + 4t = -3 \end{cases}$$

$$(d) \begin{cases} 2x + y + 4z + 8t = -1 \\ x + 3y - 6z + 2t = 3 \\ 3x - 2y + 2z - 2t = 8 \\ 2x - y + 2 = 8 \end{cases}$$

$$(e) \begin{cases} x + y + z + t + s = 15 \\ x + 2y + 3z + 4t + 5s = 35 \\ x + 3y + 6z + 10t + 15s = 70 \\ x + 4y + 10z + 20t + 35s = 126 \\ x + 5y + 15z + 35t + 70s = 210 \end{cases}$$