Algebra F1 - Lista 7

WPPT, kier. fizyka, I rok.

Zad.1 Obliczyć wyznaczniki

(a) $\begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & 2 & 4 \\ -3 & 2 & 5 \end{vmatrix}$, (b) $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & -2 & 6 \\ 2 & 4 & 0 & 2 \end{vmatrix}$, (c) $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$

(d) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 1 \end{vmatrix}$, (e) $\begin{vmatrix} 3453 & 2534 \\ 1172 & 834 \end{vmatrix}$, (f) $\begin{vmatrix} 124 & 143 & -125 \\ 246 & 280 & -250 \\ 125 & 145 & -130 \end{vmatrix}$.

Zad.2 Stosując wzory Cramera rozwiązać równania $AX = B$, gdzie

(a) $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix}$ (b) $A = \begin{bmatrix} 2 & 5 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \\ 1 & 4 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix}$

(c) $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \end{bmatrix}$ (d) $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$

Zad.3 Stosując wzór na macierz odwrotną znaleźć macierze odwrotne do macierzy

(a) $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ (b) $\begin{bmatrix} 2 & 5 & 7 \\ 6 & 3 & 4 \\ 5 & -2 & -3 \end{bmatrix}$

(c) $\begin{bmatrix} 3 & -4 & 5 \\ 2 & -3 & 1 \\ 3 & -5 & -1 \end{bmatrix}$ (d) $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & -2 & -6 \end{bmatrix}$

Podpunkt (d) do zrobienia samodzielnie w domu :)

Zad.4* Uzasadnić, że $\det AB = \det A \det B$ dla macierzy kwadratowych A i B tego samego stopnia.

Zad.5* Uzasadnić, że

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & 0 \end{vmatrix} = i^n \frac{1+(-1)^n}{2} \qquad \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -1 & 0 \end{vmatrix} = \frac{1+(-1)^n}{2}$$

Zad.6* Uzasadnić, że $\det A^{-1} = (\det A)^{-1}$ dla nieosobliwej macierzy A.