Algebra F2 - Lista 1

WPPT, kier. fizyka, I rok.

Zad.1 Sprawdzić z definicji, czy podane zbiory wektorów są bazami wskazanych przestrzeni liniowych:

(a) $V = \mathbb{R}^2, \quad B = \{(2,5), (3,1), (6,-7)\}$,

(b) $V = \mathbb{R}^3, \quad B = \{(2,3,-1), (1,-3,2)\}$,

(c) $V = \mathbb{R}^3, \quad B = \{(1,-1,4), (3,0,1), (2,1,-2)\}$.

Zad.2 Opisać geometrycznie zbiory, podać związek z równaniem parametrycznym prostej i płaszczyzny

(a) $V = \mathbb{R}^2, \quad \text{lin}\{(1,3)\}$.

(b) $V = \mathbb{R}^3, \quad \text{lin}\{(2,3,-1), (3,1,4)\}$

Zad.3 Znaleźć bazę podprzestrzeni liniowej W, a następnie napisać równanie parametryczne otrzymanej prostej lub płaszczyzny

(a) $V = \mathbb{R}^2, \quad W = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \colon x - 2y = 0\}$

(b) $V = \mathbb{R}^3, \quad W = \{(x,y,z) \colon -x + 2y - 4z = 0\}$

(c) $V = \mathbb{R}^3, \quad W = \{(x,y,z) \colon x + 2y + z = 0, -2x - y + 3z = 0\}$

Zad.4 Znaleźć bazy i podać wymiary podprzestrzeni liniowych W

(a) $V = \mathbb{R}^4, \quad W = \{(x,y,z,t) \in \mathbb{R}^2 \colon x - 2y + z - t = 0, t = 3x - y + z\}$

(b) $V = \mathbb{R}^4, \quad W = \{(2x + y + z, y + z + 2t, x + y + z + t) \in \mathbb{R}^3 \colon x, y, z, t \in \mathbb{R}\}$

(c) $V = \mathbb{R}^4, \quad W = \text{lin}\{(2,3,4,5), (4,3,2,1), (2,2,2,2), (1,3,5,7)\}$

(d) $V = \mathbb{R}^5, \quad W = \{(x + y + z, x - y, x - z, y - z, x - y + z) \colon x, y, z \in \mathbb{R}\}$

Zad.5 Rozwiązać układy równań. W przypadku układów jednorodnych, znaleźć wymiar i bazę przestrzeni rozwiązań.

$$\text{(a)} \left\{ \begin{array}{rcrcrcrcr} x & + & 3y & - & 3z & + & 2t & = & 1 \\ 2x & + & 9y & - & 12z & + & 10t & = & 0 \\ x & + & y & + & z & - & 2t & = & -2 \end{array} \right. \qquad \text{(b)} \left\{ \begin{array}{rcrcrcrcr} 3x & + & y & - & z & - & 2t & = & 4x \\ 3x & + & y & - & z & - & 2t & = & 4y \\ 3x & + & y & - & z & - & 2t & = & 4z \end{array} \right.$$

$$\text{(c)} \left\{ \begin{array}{rcrcrcrcrcr} x & - & 2y & & & + & t & + & s & = & 0 \\ x & - & y & + & z & & & + & 2v & = & 0 \\ 3x & - & 4y & + & 2z & + & t & + & 5v & = & 0 \\ x & - & 3y & - & z & + & 2t & & & = & 0 \end{array} \right. \qquad \text{(d)} \left\{ \begin{array}{rcrcrcrcr} 6x & + & 2y & + & 3z & & & = & 2 \\ 4x & + & 2y & - & z & + & 3t & = & 2 \\ 10x & + & 4y & + & 2z & + & 3t & = & 4 \end{array} \right.$$

Zad.6 Nie rozwiązując układu równań rozstrzygnąć czy wektory $\vec{u}$ i $\vec{v}$ tworzą bazę rozwiązań układu równań

(a) $\vec{u} = (1,1,1,0), \ \vec{v} = (1,-5,-3,1)$, $\left\{ \begin{array}{rcrcrcrcr} x & + & 2y & - & 3z & + & t & = & 0 \\ -x & - & y & + & 2z & + & t & = & 0 \\ x & + & 4y & - & 5z & + & 5t & = & 0 \end{array} \right.$

(b) $\vec{u} = (1,2,0,1,-5), \ \vec{v} = (-1,0,0,1,3)$, $\left\{ \begin{array}{rcrcrcrcrcr} x & - & y & + & 3z & + & s & & & = & 0 \\ & & 4y & + & z & - & 3s & + & t & = & 0 \\ 3x & + & y & + & 6z & & & + & t & = & 0 \end{array} \right.$