

Algebra F2 - Lista 3

WPPT, kier. fizyka, I rok.

Zad.1 Napisać współrzędne podanego wektora w bazie B .

(a) $\vec{v} = (1, 0, 0) \in \mathbb{R}^3$, $B = \{(1, 2, 1), (2, 1, -1), (1, 0, 2)\}$

(b) $p(x) = (x + 2)^2 \in \mathbb{R}_2[x]$, $B = \{2 + x^2, 1 - x + x^2, 2x^2\}$

(c) $\vec{v} = (1, 2, 1) \in \text{lin}\{(1, 0, 1), (0, 1, 0)\}$, $B = \{(1, 1, 1), (1, -2, 1)\}$

(d) $p(x) = x^n \in \mathbb{R}[x]$, $B = \{1 + x, x + x^2, x^2 + x^3, \dots\}$

Zad.2 Napisać macierze przejścia z bazy B do \tilde{B} :

(a) $V = \mathbb{R}^3$, $B = \{(0, 1, 0), (0, 0, 1), (1, 0, 0)\}$, $\tilde{B} = \{(2, 3, 6), (0, 1, 3), (2, 1, -2)\}$

(b) $V = \mathbb{R}_2[x]$, $B = \{x^2 + 1, x + 1, x - 1\}$, $\tilde{B} = \{2x, x^2 - 1, -x + 3\}$

(c) $V = \{p \in \mathbb{R}_2[x] : p(1) = 0\}$, $B = \{x^2 - x - 2, x^2 - 1\}$, $\tilde{B} = \{x - 1, x^2 - x\}$

(d) $V = \text{lin}\{(1, 0, 1, 0), (0, 1, 1, 1), (0, 0, 1, 1)\}$, $B = \{(1, 1, 2, 1), (0, 1, 0, 0), (0, 1, 2, 2)\}$,
 $\tilde{B} = \{(1, -1, 0, -1), (1, 0, 0, -1), (1, 1, 2, 1)\}$

Zad.3 Podać po 2 przykłady przestrzeni V oraz baz B i \tilde{B} takich, że P będzie macierzą przejścia z B do \tilde{B} . Czy zawsze jest to możliwe?

$$(a) P = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (b) P = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & -2 \end{bmatrix}, \quad (c) P = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 4 \\ 1 & 3 & 1 \\ -1 & 7 & -2 \end{bmatrix}$$

Zad.4 Napisać współrzędne podanego wektora w bazie B , jeśli

(a) $\tilde{B} = \{(1, 1, 0), (1, 0, 1), (0, 1, 1)\}$, $B = \{(1, 2, 1), (2, 1, -1), (1, 0, 2)\}$, $\vec{v} \sim [1, 0, 0]_{\tilde{B}} \in \mathbb{R}^3$,

(b) $\tilde{B} = \{1, x, x^2\}$, $B = \{2 + x^2, 1 - x + x^2, 2x^2\}$, $p \sim [1, 4, 4]_{\tilde{B}}$

Zad.5 Znaleźć bazę B przestrzeni liniowej V taką, że

(a) $V = \mathbb{R}^3$, $\vec{v} = (1, 0, 1)$, $\vec{v} \sim [2, 3, 1]_B$

(b) $V = \{p: \mathbb{R}_3[x] : p'(x) = 0, p(-1) = 0\}$, $p(x) = x^2 + x$, $p \sim [2, -3]_B$

(c)* $V = \mathbb{R}^n$, $\vec{v} = (1, 0, \dots, 0)$, $\vec{v} = [1, 1, \dots, 1]_B$