

## Algebra F2 - Lista 7

WPPT, kier. fizyka, I rok.

**Zad.1** Niech  $L(x, y) = (x + y, -x + 3y, 2x + y)$ ,  $K(x, y, z) = (3x - 2y, x + y + z)$ . Napisać wzory przekształceń

(a)  $L \circ K$ ,  $L \circ K \circ L$

(b)  $K \circ L$ ,  $K \circ L \circ K$ ,

**Zad.2** Niech  $L: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}_2[x]$  i  $K: \mathbb{R}_2[x] \rightarrow \mathbb{R}^2$  będą dane wzorami.  $L(a, b) = ax^2 + bx + a + b$ ,  $Kp(x) = (p'(1), p(2))$ . Napisać wzory przekształceń

(a)  $L \circ K$ ,  $L \circ K \circ L$

(b)  $K \circ L$ ,  $K \circ L \circ K$ ,

**Zad.3** Niech  $L, K: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ , gdzie  $L$  jest rzutem prostokątnym na oś  $Ox$ , a  $K$  jest obrotem o kąt  $\pi/2$  wokół  $(0, 0)$ .

(a) Napisać wzory przekształceń  $L \circ K$ ,  $K \circ L$

(b) Znaleźć jądro i obraz przekształceń  $L \circ K \circ L$ ,  $K \circ L \circ K$ ,

**Zad.4** Niech  $K: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  będzie obrotem o kąt  $\alpha$  wokół punktu  $(0, 0)$  (przeciwnie do wskazówek zegara). Znaleźć wzór na przekształcenie

(a)  $K$  oraz  $K^{-1}$ ,

(b) Niech  $\vec{v} = (\cos \beta, \sin \beta)$ . Obliczyć  $K^n \vec{v}$ .

**Zad.5** Niech  $w = \cos \alpha + i \sin \alpha \in \mathbb{C}$ , a przekształcenie liniowe  $L: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$  będzie dane wzorem  $L(z) = wz$ . Jak wygląda macierz tego przekształcenia? Obliczyć  $L^n(\cos \beta + i \sin \beta)$ . Jaki jest związek  $L$  z przekształceniem  $K$  z poprzedniego zadania?

**Zad.6** Wśród podanych przekształceń liniowych wybrać przekształcenia odwracalne. Napisać macierz oraz wzór przekształcenia odwrotnego.

(a)  $L: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ ,  $L(x, y) = (3x - 2y, 4x - 3y)$ ,  
 $K: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ ,  $L(x, y, z) = (y + 2z, x + y + z, 2x + 3y + 2z)$ .

(b)  $L: \mathbb{R}_2[x] \rightarrow \mathbb{R}_2[x]$ ,  $Lp(x) = p(2x) - 4p(x)$ ,  
 $K: \mathbb{R}_3[x] \rightarrow \mathbb{R}_3[x]$ ,  $Kp(x) = x^3 p'(0) + p(2x)$ .