

## Algebra F2 - Lista 9

WPPT, kier. fizyka, I rok.

**Zad.1** Napisać macierze  $A_L$  podanych przekształceń liniowych przestrzeni  $\mathbb{R}^2$  i  $\mathbb{R}^3$  w bazach ich wektorów własnych (o ile takie bazy istnieją)

(a)  $L(x, y) = (4x + y, 3x + 2y)$

(b)  $L(x, y) = (2x + 2y, x + 3y)$

(c)  $L(x, y, z) = (x + 3y, 3x - 2y - z, -y + z)$

(d)  $L(x, y, z) = (x + 2y + 3z, x + 2y + 3z, x + 2y + 3z)$

Jeśli istnieje taka baza, obliczyć  $(A_L)^n$ .

**Zad.2** Przekształcenie liniowe  $L: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  spełnia  $L(1, 1) = (-1, -1)$ ,  $L(1, 2) = (2, 4)$ . Obliczyć  $L^{50}(1, 0)$ ,  $L^{-1}(0, 1)$ .

**Zad.3** Przekształcenie liniowe  $L: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  spełnia  $L(1, 1, 0) = (1, 1, 0)$ ,  $L(0, 1, 2) = (0, 1, 2)$ ,  $L(1, 0, 1) = (2, 0, 2)$ . Obliczyć  $L^{10}(1, 0, 0)$ .

**Zad.4** Znaleźć wartości i wektory własne macierzy (osobno rzeczywiste i zespolone)

(a)  $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

(b)  $\begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$

(c)  $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$

(d)  $\begin{bmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & 2 \\ -2 & 1 & -1 \end{bmatrix}$

**Zad.5** \* Uzasadnić, że wartości własne rzeczywistej macierzy dodatnio określonej są dodatnie.

**Zad.6** \* Uzasadnić, że wektory własne macierzy  $\begin{bmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$  są prostopadłe.