

Oto co trzeba koniecznie wiedzieć/znać:

- Własności i definicje podstawowych funkcji:  $\exp$ ,  $\sin$ ,  $\cos$  (z wykładu i te wymienione w zadaniach 21–29),  $\log$  (zadanie 57), funkcja gamma Eulera (definicja i własności z zadania 96abce), funkcja dzeta Riemanna (definicja);
- Homografie: definicja i podstawowe własności (10–12);
- Pochodna zespolona, funkcja holomorphyzna – definicje, podstawowe własności, równania Cauchy–Riemanna (w którejś z wersji);
- Indeks punktu względem drogi – definicja i podstawowe własności (opisane w twierdzeniu na wykładzie);
- Twierdzenie Cauchy’ego dla zbioru gwiazdzistego i wnioski (np. twierdzenie o funkcji pierwotnej, wzór Cauchy’ego, rozwijalność funkcji holomorphyznych w szereg potęgowy);
- Twierdzenia: Morery, o zerach, klasyfikacja osobliwości;
- Własność średniej, zasada maksimum i zasada maksimum modułu;
- Nierówności Cauchy’ego, twierdzenie Liouville’a
- Twierdzenie o odwzorowaniu otwartym/odwrotnym np. w takiej uproszczonej wersji:  $\Omega$  - obszar,  $f \in H(\Omega)$ ,  $f \neq \text{const} \implies f(\Omega)$  jest otwarty, ponadto jeśli  $f$  jest różnowartościowa, to funkcja odwrotna jest holomorphyzna.
- Twierdzenie o residuach, lemat Jordana (zadanie 61);
- Twierdzenie Rouché
- Szeregi Laurenta: definicja, twierdzenie o rozwijaniu w szereg Laurenta;
- Zbieżność niemal jednostajna: definicja i twierdzenie: jeśli  $f_n \in H(\Omega)$  zbiegają niemal jednostajnie do funkcji  $f$ , to  $f \in H(\Omega)$  oraz  $f_n^{(k)} \rightarrow f^{(k)}$  niemal jednostajnie dla  $k = 1, 2, \dots$ . Metryka  $d$  na  $C(\Omega)$ : definicja i podstawowe własności (zupełność  $C(\Omega)$ , równoważność zbieżności względem metryki  $d$  i zbieżności  $n_j$ ).
- Iloczyny nieskończone: twierdzenia z wykładu (o zbieżności  $n_j$  iloczynu + kiedy iloczyn jest równy zero, oraz o pochodnej logarytmicznej iloczynu).
- Twierdzenie o liczbach pierwszych (z ostatniego wykładu)
- ...oraz podstawowe pojęcia niezbędne do zrozumienia powyższych twierdzeń (np. do twierdzenia o residuach trzeba wiedzieć, co to jest biegun, funkcja meromorphyzna, residuum, a także co to jest całka wzdłuż drogi, itd.)

Wypisanych powyżej twierdzeń (zadań) nie trzeba umieć dowodzić.

Ponadto należy koniecznie umieć liczyć całki za pomocą twierdzenia o residuach (i lematu Jordana): czyli przede wszystkim całki jak w zadaniu typu 81, ale też np. 63. Zadanie „typu 81e lub 63” oznacza, że jest podany kontur, po którym należy całkować.