77

$$f(z) = (z-a)^m g(z), \quad g \in H(\Omega), \quad g(a) \neq 0$$

$\Rightarrow g \neq 0$ na $D(a,\varepsilon)$ dla pewnego $\varepsilon > 0$

$\Rightarrow \frac{1}{g} \in H(D(a,\varepsilon))$

$\Rightarrow \frac{1}{g}(z) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n (z-a)^n, \quad z \in D(a,\varepsilon)$

$\frac{1}{g}(0) = c_0 \neq 0$

$$\frac{1}{f}(z) = \frac{1}{(z-a)^m} \frac{1}{g(z)} \overset{z \in D'(a,\varepsilon)}{=}$$

$$= \frac{1}{(z-a)^m} \sum_{n=0}^{\infty} c_n (z-a)^n =$$

$$= \underbrace{\frac{c_0}{(z-a)^m} + \frac{c_1}{(z-a)^{m-1}} + \ldots + \frac{c_{m-1}}{z-a}}_{\text{część główna bieguna, } c_0 \neq 0} + \underbrace{\sum_{n=0}^{\infty} c_{m+n} (z-a)^n}_{\in H(D(a,\varepsilon))}$$

$\Rightarrow$ biegun rzędu m