78 $f,g\in H(\Omega)$ mają zera krotności m,n (odp.) w a

$$h(z)=\frac{f(z)}{g(z)}$$

Rozw. Z def. krotności zera:

$$f(z)=(z-a)^m h_1(z),\quad h_1\in H(\Omega)$$
$$g(z)=(z-a)^n h_2(z),\quad h_2\in H(\Omega)\qquad h_j(a)\neq 0$$

$$h(z)=\frac{(z-a)^m h_1(z)}{(z-a)^n h_2(z)}=\boxed{(z-a)^{m-n}\underbrace{\frac{h_1}{h_2}(z)}_{\substack{\in H(D(a,\varepsilon))\\ \neq 0 \text{ w } a}}}$$

gdy $m\geq n$, to tu funkcja jest rozsz. holom. h na $D(a,\varepsilon)$

2) jeśli $m\geq n$, to $\lim\limits_{z\to a} h(z)=\begin{cases} h_1(a)/h_2(a), & m=n\\ 0, & m>n\end{cases}$, czyli h ma w a osobliwość pozorną

Rozszerzenie holom. h na $D(a,\varepsilon)$ to $z\mapsto (z-a)^{m-n}\frac{h_1}{h_2}(z)$ ma zero krotności $m-n$.

1) jeśli $m<n$, to dla $z\in D'(a,\varepsilon)$:

$$h(z)=\frac{h_1(z)}{(z-a)^{n-m}h_2(z)}=\frac{1}{\frac{(z-a)^{n-m}h_2(z)}{h_1(z)}}$$

— ma w a biegun rzędu $n-m$ z zad. 77