$f(x,y) = x^3 + 3xy^2 - 51x - 24y$

$f'_x = 3x^2 + 3y^2 - 51;\quad f'_y = 6xy - 24$ ...przyrównujemy do zera, żeby znaleźć punkty stacjonarne

z drugiego równania mamy $xy = 4,$ skąd widzimy, że $x \neq 0,$ a więc $y = 4/x;$ podstawiamy do I równania i otrzymujemy $x^2 + (\frac{4}{x})^2 = 17$

...i dalej: $x^4 + 4 = 17x^2,$ czyli $x^4 - 17x^2 + 4 = 0,$ podstawmy teraz $t = x^2,$ otrzymamy równanie $t^2 - 17t + 4 = 0$

Dostajemy rozwiązania $t_1 = \frac{17 - \sqrt{273}}{2}, t_1 = \frac{17 + \sqrt{273}}{2},$ oba są dodatnie, więc wracając do zmiennej x otrzymamy cztery rozwiązania: $x_1 = -\sqrt{t_1}, x_2 = \sqrt{t_1}, x_3 = -\sqrt{t_2}, x_4 = \sqrt{t_2}$

W każdym z tych czterech przypadków otrzymamy jedno rozwiązanie y, $y = 4/x$. Policzmy teraz hesjan...

$$hesjan = \begin{vmatrix} 6x & 6y \\ 6y & 6x \end{vmatrix} = 36(x^2 - y^2)$$

$$hesjan(x_1, y_1) = hesjan(x_2, y_2) = 36\left((\pm\sqrt{t_1})^2 - (\frac{4}{\pm\sqrt{t_1}})^2\right) = 36(t_1 - 4/t_1)$$

Można to pracowicie wyliczyć lub zauważyć, że $t_1 \in (0, 1/2)$ (bo $\sqrt{273} > \sqrt{256} = 16$) i dlatego hesjan jest ujemny

Podobnie w 3) i 4) można zauważyć, że $t_2 > 16$ (bo $\sqrt{273} > \sqrt{256} = 16$) i dlatego hesjan w punktach 3) i 4) jest dodatni