zaczynamy od obliczenia pochodnych cząstkowych

$f(x, y) = x^3 + y^3 - 3xy$

$wychodzi f'_x = 3x^2 - 3y; f'_y = 3y^2 - 3x$

następnie przyrównujemy obliczone pochodne do 0 i rozwiązujemy układ równań

mamy układ$3x^2 - 3y = 0, 3y^2 - 3x = 0; czyli y = x^2, x = y^2$; wstawiamy np. y z I równania do drugiego równania i dostajemy$x = x^4$

stąd $x^4 - x = 0$, czyli $x(x-1)(x^2+x+1) = 0$ skorzystaliśmy tu ze wzoru skróconego mnożenia $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2+ab+b^2)$

otrzymujemy dwa rozwiązania: $x = 0, y = 0$ lub $x = 1, y = 1$

hesjan: $\begin{vmatrix} 6x & -3 \\ -3 & 6y \end{vmatrix} = 36xy - 9$

a) w punkcie $x = y = 0$ mamy hesjan $= -9 < 0$, czyli tutaj jest punkt siodłowy

b) w punkcie $x = y = 1$ mamy hesjan $= 27 > 0$, czyli tutaj jest ekstremum, ponieważ $f''_{xx} = 6 > 0$, więc jest to minimum