$f(x,y) = (\cos x + \cos y)^2 + (\sin x + \sin y)^2 = 2 + 2\cos x \cos y + 2 \sin x \sin y$

$$\begin{aligned} f'_x &= -2\sin x \cos y + 2\cos x \sin y = 2\sin(y-x) \\ f'_y &= -2\sin y \cos x + 2\cos y \sin x = 2\sin(x-y) \end{aligned}$$

wzór: $\sin(a-b) = \sin a \cos b - \sin b \cos a$

przyrównujemy do zera...

z I wychodzi $y = x + k\pi$, gdzie k - całkowite, i z II równania tak samo, mamy więc nieskończenie wiele rozwiązań: $y = x + k\pi, x \in R$ -- dowolne, $k \in Z$ -- dowolne

teraz liczymy hesjan...

$$H = \begin{vmatrix} -2\cos(y-x) & 2\cos(y-x) \\ 2\cos(y-x) & -2\cos(y-x) \end{vmatrix} = 0, \text{ więc nasza metoda nie działa...}$$

Trzeba by badać z definicji ekstremum. Np. zobaczmy, co się dzieje w punkcie x=y=0 na początek: $f(0,0) = 2 + 2\cos 0 \cos 0 + 2 \sin 0 \sin 0 = 2 + 2 + 0 = 4$; trzeba się zastanowić, jakie wartości f przyjmuje w otoczeniu $(0,0)$?\ Zawsze mniejsze równe lub większe równe niż 4? A może takie i takie?

Zapiszmy inaczej f: $f(x,y) = 2 + 2\cos(x-y)$

Zachodzi nierówność: $f(x,y) = 2 + 2\cos(x-y) \leq 2 + 2 = 4 = f(0,0)$,

wobec tego wartości w dow. (x,y) są mniejsze równe niż w (0,0),

a więc w (0,0) mamy maksimum lokalne niewłaściwe

(Jest to nawet maksimum globalne niewłaściwe).