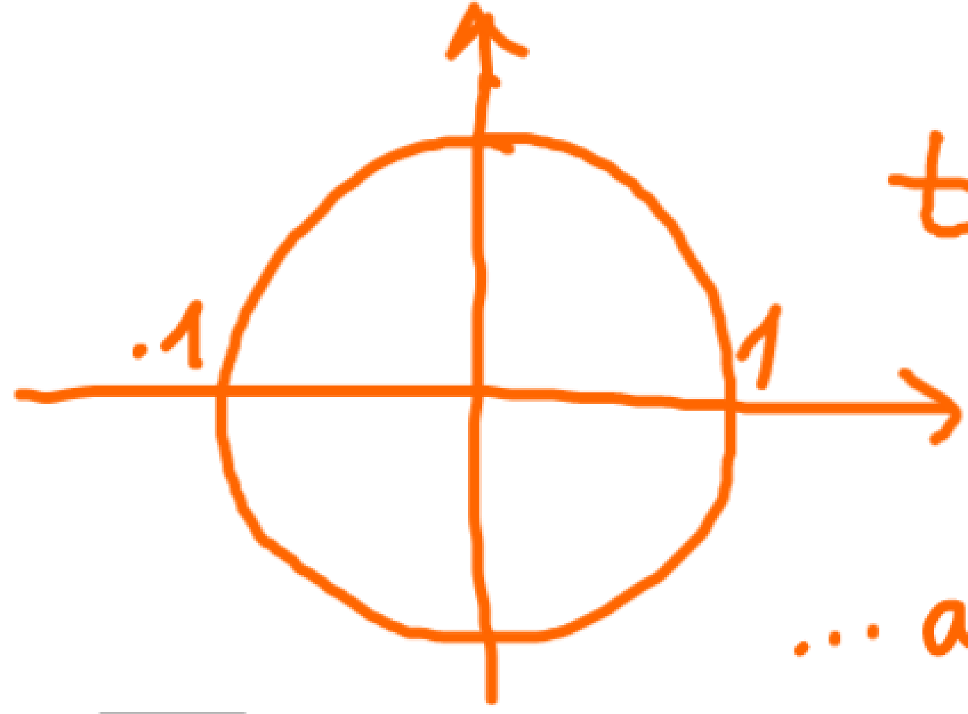
$f(x,y) = 2x + 3y, \quad x^2 + y^2 = 1$

Potrzebujemy sparametryzować zbiór $x^2 + y^2 = 1$, czyli okrąg

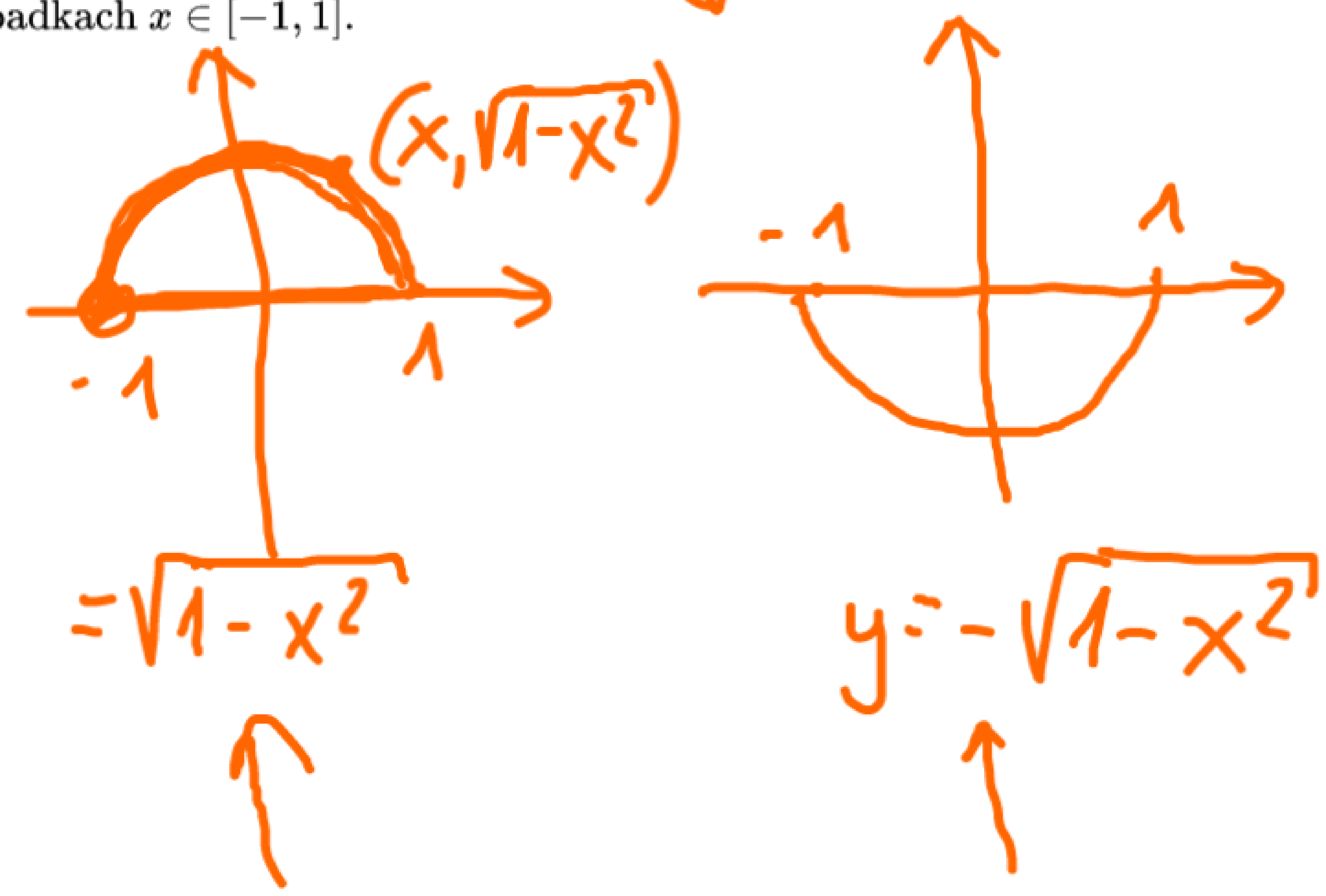
Wyliczmy y w zależności od x : $y^2 = 1 - x^2$, skąd $y = \pm\sqrt{1-x^2}$.



to nie jest wykres funkcji ...

... ale to tak

Mamy więc dwie funkcje pomocnicze: $g(x) = f(x, \sqrt{1-x^2})$ oraz $h(x) = f(x, -\sqrt{1-x^2})$; w obu przypadkach $x \in [-1, 1]$.



$g(x) = 2x + 3\sqrt{1-x^2}, \quad x \in [-1, 1]$ taką funkcję mamy do zbadania...

$$g'(x) = 2 + 3\frac{1}{2\sqrt{1-x^2}} \cdot (1-x^2)' = 2 + 3\frac{1}{2\sqrt{1-x^2}} \cdot (-2x) = 2 - \frac{3x}{\sqrt{1-x^2}} = 0$$

$2 = \frac{3x}{\sqrt{1-x^2}}; \quad 2\sqrt{1-x^2} = 3x$ musi być $x \in [0, 1)$.

$$4(1-x^2) = 9x^2; \quad 4 = 13x^2; \quad x = \frac{2}{\sqrt{13}}.$$

$g(-1) = -2 + 3 \cdot 0 = -2, \quad g(1) = 2 + 3 \cdot 0 = 2,$

$$g(\frac{2}{\sqrt{13}}) = \frac{4}{\sqrt{13}} + 3\sqrt{1 - \frac{4}{13}} = \frac{4}{\sqrt{13}} + 3\sqrt{\frac{9}{13}} = \frac{4}{\sqrt{13}} + \frac{9}{\sqrt{13}} = \sqrt{13}.$$

Podobnie robimy dla funkcji h.

$h(x) = 2x - 3\sqrt{1-x^2}, \quad x \in [-1, 1]$ taką funkcję mamy do zbadania...

$$h'(x) = 2 - 3\frac{1}{2\sqrt{1-x^2}} \cdot (1-x^2)' = 2 - 3\frac{1}{2\sqrt{1-x^2}} \cdot (-2x) = 2 + \frac{3x}{\sqrt{1-x^2}} = 0$$

$-2 = \frac{3x}{\sqrt{1-x^2}}; \quad -2\sqrt{1-x^2} = 3x$ musi być $x \in (-1, 0]$.

$$4(1-x^2) = 9x^2; \quad 4 = 13x^2; \quad x = -\frac{2}{\sqrt{13}}.$$

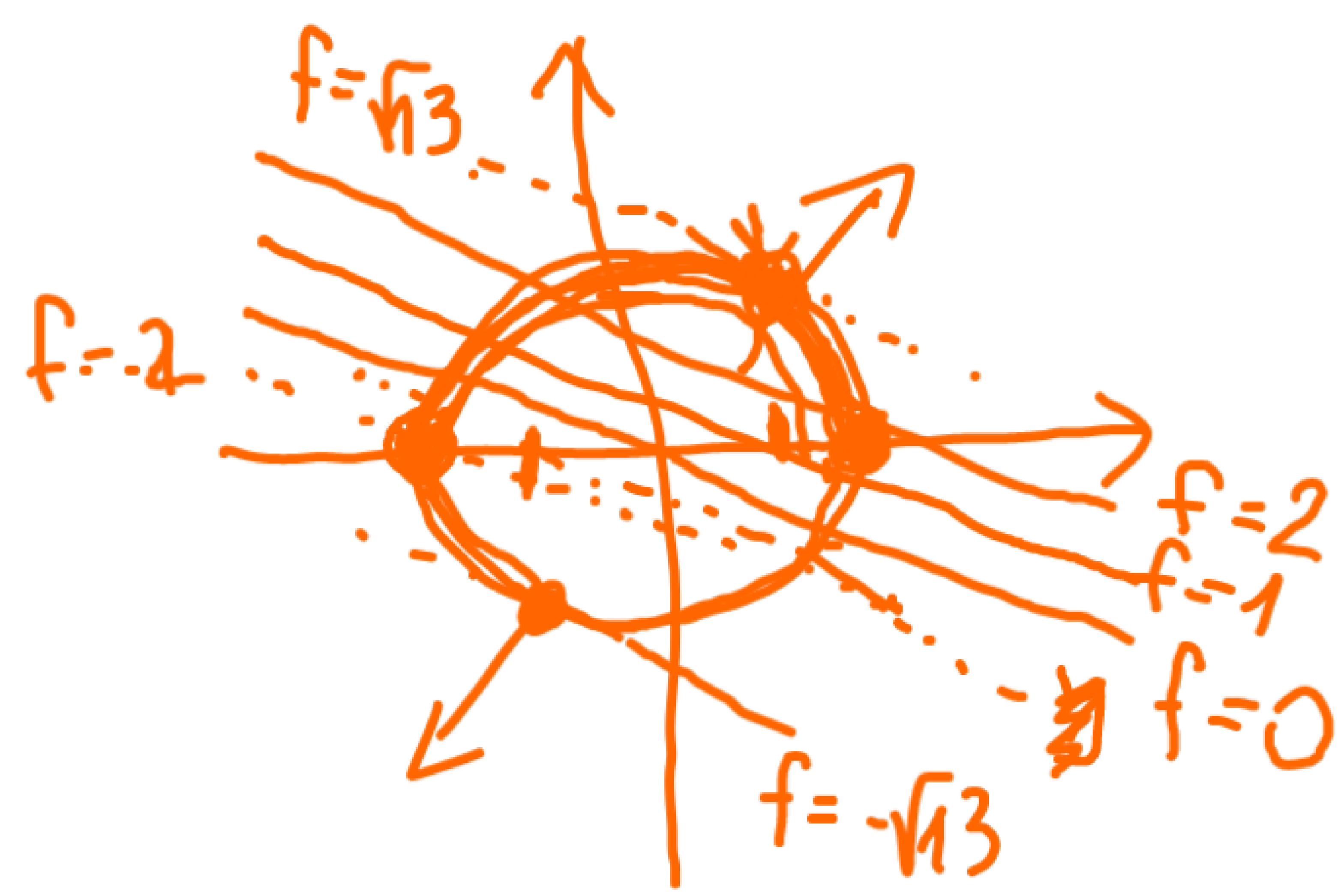
$h(-1) = -2 - 3 \cdot 0 = -2, \quad h(1) = 2 - 3 \cdot 0 = 2,$ ← w zasadzie zbędne

$2x + 3y = c$

$3y = c - 2x$

$y = \frac{1}{3}c - \frac{2}{3}x$

$$h(\frac{-2}{\sqrt{13}}) = \frac{-4}{\sqrt{13}} - 3\sqrt{1 - \frac{4}{13}} = \frac{-4}{\sqrt{13}} - 3\sqrt{\frac{9}{13}} = \frac{-4}{\sqrt{13}} + \frac{-9}{\sqrt{13}} = -\sqrt{13}.$$



Odp. $-\sqrt{13}$ i $\sqrt{13}$