

$$f(x, y) = x^4 + y^4, \quad D = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 9\}$$



1. Szukamy punktów stacjonarnych f wewnątrz D

$$f'_x(x, y) = 4x^3 = 0, \quad f'_y(x, y) = 4y^3 = 0, \text{ więc jedynym p. stacjonarnym jest } (0, 0), \text{ jest on wewnątrz } D, \text{ dlatego obliczamy: } \underline{f(0, 0) = 0}$$

$$(y^4)' = 4y^3$$

2. Badamy funkcję f na brzegu D . Można sparametryzować brzeg tak: $x = 3 \cos t, y = 3 \sin t, \quad t \in [0, 2\pi]$

$$\text{Funkcja pomocnicza: } g(t) = f(3 \cos t, 3 \sin t) = \underline{81(\cos^4 t + \sin^4 t)}, \quad t \in [0, 2\pi]$$

$$(\cos^4 t)' = 4 \cos^3 t \cdot (-\sin t)$$

$$g'(t) = 81(4 \cos^3 t(-\sin t) + 4 \sin^3 t \cos t) = \underline{324 \cos t \sin t(-\cos^2 t + \sin^2 t)} = -324 \cos t \sin t \cos(2t) = 0$$

$$\cos t = 0, \quad \text{stad } t = \frac{\pi}{2} \text{ lub } t = \frac{3\pi}{2}$$

$$\sin t = 0, \quad \text{stad } t = 0 \text{ lub } t = \pi \text{ lub } t = 2\pi$$

→ wartości: 81

$$\cos 2t = 0, \quad \text{stad } t = \frac{\pi}{4} \text{ lub } t = \frac{3\pi}{4} \text{ lub } t = \frac{5\pi}{4} \text{ lub } t = \frac{7\pi}{4}$$

→ wartości: $\frac{81}{2}$

$$\text{Liczymy np. } g\left(\frac{\pi}{2}\right) = 81(0^2 + 1^4) = 81 \dots$$

$$\dots g\left(\frac{\pi}{4}\right) = 81\left(\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^4 + \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^4\right) = \underline{81/2}$$

odp. 0 ; 81 .