

Proszę rozwiązać poniższe zadanie na kartce, pisząc odręcznie, podpisać się, a następnie oddać panu magistrowi Kijaczko na ćwiczeniach 7 kwietnia. (W przypadku nieobecności, można przekazać swoją pracę komuś innemu).

Można korzystać z książek lub notatek, ale proszę o samodzielną pracę!

Niech

$$g(n) = \begin{cases} 1 + i, & \text{gdy } n = 0 \text{ lub } n = 1; \\ 1 - i, & \text{gdy } n = 2 \text{ lub } n = 3; \\ -1 - i, & \text{gdy } n = 4 \text{ lub } n = 5; \\ i, & \text{gdy } n = 6 \text{ lub } n = 7; \\ -i, & \text{gdy } n = 8 \text{ lub } n = 9. \end{cases}$$

Dalej, niech $p = g(\text{ostatnia cyfra Pan}[i/a] \text{ numeru indeksu})$. Na przykład, dla osoby o numerze indeksu 246802 będzie $p = 1 - i$.

1a. Rozwiń funkcję

$$f(z) = \frac{1}{2 - z}$$

w szereg potęgowy wokół punktu p (zdefiniowanego wyżej), czyli w szereg postaci $\sum_{n=0}^{\infty} a_n (z - p)^n$

1b. Jaki jest promień zbieżności tego szeregu?

1c. Podaj wartość $f^{(11)}(p)$ (wskazówka: jest pewien związek pomiędzy współczynnikami a_n oraz pochodnymi $f^{(n)}(p)$).

1d. Znajdź rozwinięcie w szereg potęgowy wokół punktu p funkcji $f'(z)$. Jaki jest promień zbieżności tego szeregu?

Powodzenia!