

# RACHUNEK PRAWDOPODOBIENSTWA

## Lista 2

1. Mamy  $n$  ponumerowanych listów i  $n$  kopert (też ponumerowanych). Wkładamy listy do kopert losowo. Wykorzystując rozwiązanie poprzedniego zadania znaleźć prawdopodobieństwo  $P_n$  tego, że chociaż jeden list będzie we właściwej kopercie. Następnie obliczyć  $\lim_{n \rightarrow \infty} P_n$ . (**odp.**  $1 - e^{-1}$ )
2. Rzucamy monetą tak długo, aż wypadnie dwa razy pod rząd na tą samą stronę. Jak wygląda przestrzeń zdarzeń elementarnych? Jakie jest prawdopodobieństwo, że gra skończy się przed szóstym rzutem? Jakie jest prawdopodobieństwo, że potrzebna będzie parzysta liczba rzutów? (**odp.**  $P(A) = 15/16$ ,  $P(B) = 2/3$ )
3. W skrzynce znajduje się 47 żarówek dobrych i 3 przepalone. Wyciągamy losowo pięć żarówek. Jakie jest prawdopodobieństwo, że będą wśród nich najwyżej dwie przepalone?
4. Trylogię składającą się z dwóch powieści dwutomowych oraz jednej jednotomowej ustawiono przypadkowo na półce. Jakie jest prawdopodobieństwo tego, że tomy (a) obydwu (b) co najmniej jednej z dwutomowych powieści znajdują się obok siebie i przy tym tom I z lewej, a tom II z prawej strony. (**odp.**  $P(A) = 1/20$ ,  $P(B) = 7/20$ )
5. Z talii 52 kart losujemy 5. Znajdź prawdopodobieństwo następujących zdarzeń:  
a) nie wylosujemy żadnego asa, (**odp.**  $P(A) = \binom{48}{5} / \binom{52}{5}$ ) b) wylosujemy dokładnie jednego asa, (**odp.**  $P(B) = 4 \cdot \binom{48}{4} / \binom{52}{5}$ ) c) wylosujemy co najmniej jednego asa, (**odp.**  $1 - P(A)$ ) d) wylosujemy co najwyżej jednego asa. (**odp.**  $P(A) + P(B)$ )
6. Z 52 kart wybrano 13. Jakie jest prawdopodobieństwo otrzymania (a) dokładnie 7 kart jednego koloru; (b) dokładnie 6 kart jednego koloru.
7. Windą jedzie 7 osób, a każda może wysiąść na jednym z 10 pięter. (a) Jakie jest prawdopodobieństwo, że żadnych dwóch pasażerów nie wysiądzie na tym samym piętrze. (b) Jaka jest szansa, że na pewnym piętrze wysiądą 3 osoby, na innym 2, i na dwóch piętrach po jednej. (**odp.**  $P(A) = 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 / 10^7 = 0,06048$ ,  $P(B) = \frac{10!}{2!6!1!1!} \cdot \frac{7!}{3!2!1!1!} / 10^7$ )
8. Oblicz prawdopodobieństwo, że co najmniej jedna z trzech losowo wybranych osób obchodzi urodziny w tym samym dniu co i Ty. (**odp.**  $1 - (364/365)^3$ )
9. Jakie jest prawdopodobieństwo, że spotkam na przyjęciu osobę, obchodzącą urodziny tego samego dnia co ja? Ile powinno być osób na przyjęciu aby to prawdopodobieństwo przekroczyło  $\frac{1}{2}$ .
10. Z kwadratu jednostkowego wybrano losowo punkt o współrzędnych  $(x, y)$ . Wyznaczyć funkcje:

$$f(a) = P(\min(x, 1/2) \leq a),$$

$$\begin{aligned}
g(a) &= P(\max(x, 1/3) \leq a), \\
h(a) &= P(\min(x, y) \leq a), \\
h(a) &= P(\max(x, y) \leq a).
\end{aligned}$$

11. Pani X i pani Y idąc z domu do biura mają do przebycia pewien wspólny odcinek drogi AB z tym, że przebywają go w przeciwnych kierunkach, pani X od A do B, pani Y od B do A. Pani X przybywa do punktu A (pani Y zaś do punktu B) w przypadkowym momencie czasu pomiędzy godz. 7.30 i 7.45 i idzie ze stałą predkością. Każda z pań przechodzi odcinek AB w przeciągu 5 minut. Obliczyć prawdopodobieństwo spotkania pań X i Y. (**odp.** 5/9)
12. Odcinek drutu o długości  $L$  rozcięto w przypadkowo wziętych dwóch punktach. Obliczyć prawdopodobieństwo, że z otrzymanych części można zbudować trójkąt. **odp.** 1/4)
13. Igłą o długości  $L$  rzucono na podłogę z desek o szerokości  $a$  ( $L \leq a$ ). Jaka jest szansa, że igła przetnie krawędź deski. (**odp.**  $(2 \cdot l)/(a \cdot \pi)$ )