

Rachunek Prawdopodobieństwa Lista 7

1. Zmienna losowa X ma rozkład dwumianowy z parametrami $n = 10$, $p = 1/2$. Wyznaczyć prawdopodobieństwa
 - a). $P(X = 5)$,
 - b). $P(X \leq 2)$,
 - c). $P(X \geq 9)$,
 - d). $P(3 \leq X < 6)$.
2. Test składa się z 25 pytań. Odpowiadając na każde z nich można wybrać jedną z 4 możliwych odpowiedzi, przy czym trzy z nich są błędne. Zakładając, że student zgaduje odpowiedzi obliczyć prawdopodobieństwo tego, że odpowie on poprawnie na:
 - a). co najmniej 20 pytań,
 - b). mniej niż 5 pytań.
3. Pewne lekarstwo leczy 90% przypadków pewnej choroby. Poddajemy kuracji 20 losowo wybranych chorych. Znajdź p-stwo tego, że
 - a). wszyscy chorzy w naszej próbie zostaną wyleczeni,
 - b). wyleczymy wszystkich oprócz jednego,
 - c). wyleczymy dokładnie 18 chorych,
 - d). wyleczymy dokładnie 90% chorych w naszej próbie.
4. Pewne lekarstwo uszkadza wątrobę u 1% pacjentów. Testujemy lekarstwo na 50 pacjentach. Oblicz p-stwo, że
 - a). żaden pacjent nie dozna uszkodzenia choroby,
 - b). co najmniej jeden pacjent dozna uszkodzenia wątroby.
5. Na podstawie pewnych badań stwierdzono, że zmienna losowa X opisująca procent zanieczyszczeń w próbce rudy miedzi ma rozkład o dystrybuancie

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{dla } x \leq 0, \\ x^2 & \text{dla } 0 < x \leq 1, \\ 1 & \text{dla } x > 1. \end{cases}$$

Wybrano niezależnie pięć próbek. Wyznaczyć prawdopodobieństwo, że więcej niż dwie próbki zawierają ponad 75% zanieczyszczeń.

6. Przypuśćmy, że liczba X klientów, którzy pojawiają się w banku w ciągu godziny ma rozkład Poissona i przypuśćmy, że $P(X = 0) = 0.05$. Obliczyć:
 - a). $P(X = 1)$,
 - b). $P(X \leq 2)$,
 - c). $P(X \geq 3)$,
 - d). $P(1 \leq X \leq 3)$.

7. Liczba rozmów telefonicznych pojawiających się w centrali telefonicznej w ciągu godziny ma w przybliżeniu rozkład Poissona z parametrem $\lambda = 10$. Oszacować prawdopodobieństwa
- 5 rozmów w ciągu godziny,
 - mniej niż 3 rozmów w ciągu godziny,
 - 15 rozmów w ciągu dwóch godzin,
 - 5 rozmów w ciągu pół godziny.
8. Wśród ziaren pszenicy znajduje się 0.3% ziaren chwastów. Obliczyć prawdopodobieństwa, że wśród wybranych losowo 1000 ziaren znajduje się (a) co najwyżej 16 ziaren chwastów; (b) co najmniej 3 ziarna chwastów, (c) dokładnie 6 ziaren chwastów? Następnie oszacować wartości tych prawdopodobieństw wykorzystując twierdzenie Poissona. Jaki jest błąd otrzymanych przybliżeń?
9. Prawdopodobieństwo p trafienia "szóstki" w Toto Lotku jest równe

$$\frac{1}{\binom{49}{6}} = \frac{1}{13983816} \approx 7 \cdot 10^{-8}.$$

Ilu "szóstek" należy się spodziewać w każdym tygodniu, jeśli grający wypełniają kupony całkowicie losowo i niezależnie od siebie, a kuponów jest $n = 10^7$. Wykorzystując twierdzenie Poissona oszacować szanse pojawienia się 0, 1 i 2 "szóstek". Jaki jest błąd otrzymanych przybliżeń?

10. Ile średnio rodzyneków powinno zawierać ciasto, żeby z prawdopodobieństwem 0.99 lub więcej dane ciasto zawierało przynajmniej jeden rodzynek?