Cw1

Wednesday, October 14, 2020 7:07 AM

Cw1

Analiza matematyczna 1
Ćwiczenie 1 14.10.2020

1. Zdanie logiczne – podstawowa kategoria syntaktyczna, która stwierdza określony stan rzeczy.

(a) "Wrocław był stolicą Polski", jest zdanie logiczne, wartości "0"

(c) "$a^2+b^2=c^2$"

nie jest zdaniem logicznym

2. Zdania złożone ⟷ spójniki logiczne

- negacja $\neg$, 'nie'
- alternatywa $\vee$, 'lub'
- koniunkcja $\wedge$, 'i', 'a'
- implikacja $\Rightarrow$, 'wtedy'
- równoważność $\Leftrightarrow$ 'wtedy i tylko wtedy'

Tablice prawdy

p	$\neg p$
0	1
1	0

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \Rightarrow q$
0	0	0	0	1
0	1	0	1	1
1	0	0	1	0
1	1	1	1	1

$1 \Rightarrow 0$ fałsz

Prawa de Morgana

$$\neg(p \vee q) = \neg p \wedge \neg q$$

$$\neg(p \wedge q) = \neg p \vee \neg q$$

$$\neg(A \wedge B) = \neg A \vee \neg B$$

(a) "nie piję piwa lub nie oglądam mecz w TVN" $p \wedge q$

0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

$q \Rightarrow \neg q$

(c) $\underbrace{\neg(p \Rightarrow q)}_{*}$

p	q	$*$
0	0	0
0	1	0
1	0	1
1	1	0

$(*) = p \wedge \neg q$

"funkcja f jest rosnąca, a funkcja $-f$ nie jest malejąca"

$$\neg(p \Rightarrow q) = p \wedge \neg q$$

3. (a) $\neg$ "funkcja $f(x)=x^2$ jest rosnąca na $\mathbb{R}$"

$f(-2)=4 > f(-1)=1$, "⎵" jest fałsz,
$\neg$"⎵" jest prawda

$x<y \Rightarrow f(x)<f(y)$

$\wedge$ $x=-2$, $y=-1$ $\quad f(-2)=4<f(-1)=1$ $\quad 0$

4. Kwantyfikatory: dla zdań z parametrami

- kwantyfikator duży, "dla wszystkich"

$$\bigwedge_{x\in A} p(x) = \begin{cases} 1, & \text{jeśli } p(x)=1 \text{ dla wszystkich } x\in A \\ 0 & \text{inaczej} \end{cases}$$

- kwantyfikator szczegółowy, albo mały, "istnieje"

$$\bigvee_{x\in A} p(x) = \begin{cases} 1, & \text{jeśli } p(x)=1 \text{ dla niektórego } x\in A \\ 0, & \text{inaczej} \end{cases}$$

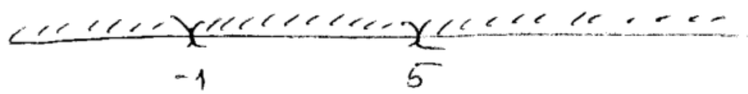
(a) Istnieje $\boxed{x=3}$ taki że $x^x = 3^3 = 27$,
prawda $\quad 3^3=27$

(c) Dla wszystkich $x\in\mathbb{R}$ istnieje $y=-x^{2/3}$ taki
że $x^2+y^3=0$. prawda
$x\in\mathbb{R}$ dowolny, y – ?

5. (a) $x^2-4x-5 \neq 0$

$\Delta = 16+20=36$, $\quad x_{1,2} = \frac{4\pm 6}{2}$, $\quad -1, 5$

$D_f = \mathbb{R} \setminus \{-1,5\} = (-\infty,-1)\cup(-1,5)\cup(5,\infty)$



6. Funkcja jest parzysta/nieparzysta, jeśli

- dziedzina jest symetryczna $\qquad x\in D_f \Rightarrow -x \in D_f$
- $\bigwedge_{x\in D_f} f(-x)=f(x)$ / $f(-x)=-f(x)$

(a) $D_f=\mathbb{R}$, symetryczna

$f(-x)=\sqrt{(-x)^6+1} = \sqrt{x^6+1} = f(x)$,

parzysta

(d) $D_f = \mathbb{R}\setminus\{0\}$, symetryczna

$x=1 \qquad f(x)=2$ $\qquad$ Nie parzysta/

$-x=-1 \qquad f(-x)=0$ $\qquad$ nie nieparzysta

$\bigwedge_{x\in D_f}\left(f(x)=f(-x)\right)$ $\qquad$ parz. $\qquad$ fałsz

$(\quad -f$ $\qquad$ nieparz. $\qquad$ fałsz

7. (a)

$x < y$, $x, y \in (-\infty, \infty)$

$f(x) - f(y) = 3(x-y) < 0 \Rightarrow f(x) < f(y)$,

f monotoniczna.

monotoniczna $\Leftrightarrow \begin{cases} \text{nie malejąca} \\ \text{nie rosnąca} \end{cases}$

$\Leftrightarrow \bigwedge_{x \le y} \left(f(x) \le f(y) \right) \quad + $

$\Leftrightarrow \bigwedge_{x \le y} \left(f(x) \ge f(y) \right)$