Specjalność
STATYSTYKA MATEMATYCZNA
na kierunku MATEMATYKA

Instytut Matematyki i Informatyki
Politechnika Wrocławska

Opracował zespół: prof. dr hab. Ryszard Magiera, dr Alicja Jokiel-Rokita,
dr hab. Maciej Wilczyński

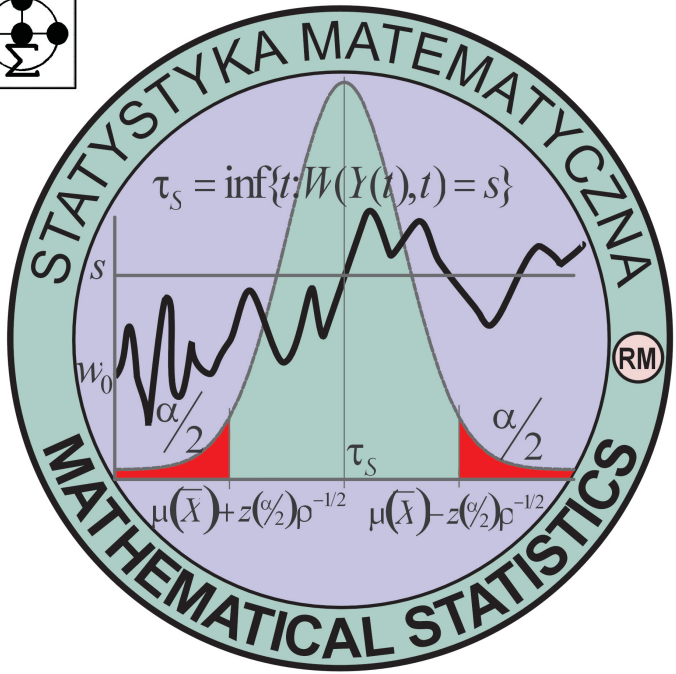


POLITECHNIKA WROCŁAWSKA

WYDZIAŁ PODSTAWOWYCH PROBLEMÓW TECHNIKI

KIERUNEK: MATEMATYKA

SPECJALNOŚĆ: STATYSTYKA MATEMATYCZNA



PODSTAWOWE METODY STATYSTYCZNE:

ESTYMACJA, TESTOWANIE HIPOTEZ

Ogólna teoria decyzji statystycznych

Statystyka procesów stochastycznych, analiza szeregów czasowych

Analiza danych ankietowych, sekwencyjne metody statystyki

Komputerowa analiza danych statystycznych

ZASTOSOWANIA METOD STATYSTYCZNYCH

w badaniach niezawodności, badaniach medycznych
badaniach opinii publicznej, badaniach rynku finansowego

1. Statystyczna analiza danych i statystyka matematyczna

Można przytoczyć niezliczoną liczbę przykładów świadczących o tym, że

statystyczne planowanie eksperymentu i analiza statystyczna danych eksperymentalnych są podstawowymi narzędziami badań w wielu dziedzinach nauki i techniki.

Statystyczne planowanie zbierania danych poprzez wybór odpowiedniej metody pobierania próby jest również podstawą m.in. takich badań jak badania opinii publicznej, badania marketingowe i społecze.

Niektóre z przykładów zstosowań statystyki matematycznej przedstawimy w następnej części prezentacji.

Wykorzystanie statystyki jako klucza do podejmowania decyzji jest powszechną cechą współczesnej nauki i zarządzania.



Statystyka składa się z trzech części:

- **planowania eksperymentu**,
- **zbierania danych i wstępnego ich opracowywania**,
- **wyciągania wniosków na podstawie danych**.

Te trzy części przedmiotu są wzajemnie powiązane, ale ***statystyka matematyczna dotyczy głównie trzeciej części***. Rodzaj eksperymentu i sposób zbierania danych mają wpływ na model statystyczny, którego dotyczy wnioskowanie. Model ten formułowany jest zwykle w terminach matematycznych, co umożliwia stosowanie aparatu matematycznego w teorii wnioskowania statystycznego. Statystyka matematyczna jest teorią umożliwiającą właściwe interpretowanie danych.



2. Przykłady zastosowań statystyki matematycznej

2.1. Zastosowania statystyki w kontroli jakości

Część wyrobów schodzących z linii produkcyjnej jest wadliwa. Może to wynikać z czynników losowych lub zakłóceń w przebiegu procesu produkcji. Całkowite wyeliminowanie pojawiania się wyrobów wadliwych nie jest możliwe. Można jednak zmniejszyć częstość występowania „braków“ projektując procesy produkcyjne, w których sterowanie oparte jest na statystycznej analizie ich przebiegu. Statystyczna kontrola jakości opiera się na metodzie kart kontrolnych, zaproponowanej przez Waltera Shewarta. Najprostsza wersja tej metody polega na tym, że w równych odstępach czasu sprawdza się jakość kilku kolejnych wyrobów schodzących z taśmy. Następnie, na podstawie otrzymanych wyników, podejmuje się decyzję czy wstrzymać produkcję w celu jej skorygowania, czy też nie.



2.2. Zastosowania statystyki w badaniach medycznych

2.2.1.

Oto niektóre przykłady zastosowań statystyki matematycznej w badaniach medycznych:

- szacowanie średniego czasu życia, np. po zabiegu,
- badanie skuteczności leczenia,
- porównanie efektywności dwóch metod leczenia.

O szacowaniu średniego czasu życia dowiesz się z części ***Metody analizy funkcji przeżycia*** ◁*Zobacz*

Do badania skuteczności leczenia i porównania efektywności dwóch metod leczenia może być zastosowany między innymi tzw. ***test sekwencyjny*** ◁*Zobacz*

2.2.2.

W latach 70-tych ubiegłego stulecia Administracja Weteranów w USA prowadziła badania nad skutecznością metod leczenia wrzodu dwunastnicy. Gdy konieczny był zabieg operacyjny, rozpoczynano



go od otwarcia jamy brzusznej pacjenta i stwierdzenia, które z czterech znanych technik operacyjnych mogłyby być zastosowane w danym przypadku. Po ustaleniu tego, chirurg otwierał kopertę przygotowaną przez statystyka i znajdował tam instrukcję określającą, która z możliwych technik operacji ma być zastosowana. Postępując zgodnie z instrukcją statystyków chirurdzy mogli zapewnić pełnowartościowe wyniki badań, nie zniekształcone subiektywnymi decyzjami i czynnikami zewnętrznymi.

2.2.3. Paradoks Simpsona

Oto wydruk z pakietu komputerowego:

Badania wśród kobiet i mężczyzn			
Metoda	Liczba wyn. negatywnych	Liczba wyn. pozytywnych	Razem
A	805 (73%)	295 (27%)	1100
B	495 (55%)	405 (45%)	900
Razem	1300	700	2000

Badania wśród kobiet			
Metoda	Liczba wyn. negatywnych	Liczba wyn. pozytywnych	Razem
A	800 (89%)	100 (11%)	900
B	95 (95%)	5 (5%)	100
Razem	895	105	1000

Badania wśród mężczyzn			
Metoda	Liczba wyn. negatywnych	Liczba wyn. pozytywnych	Razem
A	5 (2.5%)	195 (97.5%)	200
B	400 (50%)	400 (50%)	800
Razem	405	595	1000

2.3. Zastosowania statystyki w przemyśle farmaceutycznym

2.3.1.

Wprowadzenie na rynek nowego leku musi być poprzedzone wykazaniem, że nie wywołuje on poważnych skutków ubocznych. W tym celu, na losowo wybranej grupie pacjentów, przeprowadza się testy statystyczne, mające wykryć niepożądane działanie specyfiku. Wyniki tych badań wykorzystuje się do wnioskowania o całej populacji osób, które będa zażywać lekarstwo, o ile zostanie ono wprowadzone do obiegu. Procedury statystyczne muszą być tak dobrane, by zminimalizować szanse dopuszczenia do sprzedaży leku o niekorzystnym działaniu.

2.3.2.

W roku 1976 wycofano z użytku w USA najczęściej stosowany tam czerwony barwnik spożywczy Red 2 jako potencjalny czynnik rakotwórczy. Decyzja Administracji Żywności i Leków oparta była na analizie statystycznej wyników doświadczenia, w którym różne ilości tego barwnika podawane były pięciu grupom szczurów. Liczba



złośliwych guzów stwierdzonych w grupie szczurów spożywających więcej barwnika była istotnie wyższa od liczby zaobserwowanych przypadków raka wśród szczurów otrzymujących niższe dawki Red 2.

2.4. Zastosowania statystyki w badaniach rynku

2.4.1. Segmentacja rynku

Za pomocą odpowiednich procedur statystycznych można dokonać segmentacji rynku, tzn. jego podziału na względnie jednorodne, ze względu na popyt, grupy konsumentów. Wykorzystanie segmentacji pozwala zwiększyć sprzedaż, na przykład, poprzez skierowanie informacji o produkcie do grupy (segmentu) o dużym popycie lub odpowiednie zareklamowanie produktu w segmencie, w którym ten popyt nie jest wysoki.

2.4.2. Badanie skuteczności reklamy

W badaniach rynku często jesteśmy zainteresowani analizą skuteczności reklamy. Statystyczna analiza danych dotyczących wielkości

sprzedaży przed i po akcji reklamowej, np. radiowej, umożliwia ocenę korzyści z danego typu reklamy i podjęcie decyzji o jej kontynuacji lub wycofaniu.

2.5. Zastosowania statystyki w bankach

Wśród osób korzystających z kredytów przeważającą większość stanowią klienci „dobrzy“, spłacający raty terminowo. Niestety, zdarzają się również klienci „źli“, spóźniający się z uiszczaniem kolejnych rat lub przestający je spłacać. Statystyczna analiza danych umożliwia znalezienie cech, odróżniających klientów „dobrych“ od „złych“. Znajomość tych cech pozwala na stworzenie modelu matematycznego, za pomocą którego można podjąć decyzję czy osobie, która złożyła wniosek kredytowy udzielić go czy nie.



2.6. Zastosowania statystyki w ocenie kondycji finansowej firmy

Edward Altman wykorzystując statystyczną wielowymiarową analizę dyskryminacji, skonstruował (w 1968 r.) model pozwalający określić poziom zagrożenia upadłością danej firmy. W najprostszej wersji tego modelu, ocena kondycji firmy jest podejmowana na podstawie wartości wskaźnika

$$Z = 1,2x_1 + 1,4x_2 + 3,3x_3 + 0,6x_4 + 0,999x_5,$$

gdzie

- x_1 = kapitał obrotowy/aktywa ogółem,
- x_2 = zysk netto/aktywa ogółem,
- x_3 = zysk przed opodatkowaniem/aktywa ogółem,
- x_4 = rynkowa wartość kapitału akcyjnego/aktywa ogółem,
- x_5 = księgowa wartość zadłużenia/aktywa ogółem.



Interpretacja wskaźnika Z

Wartość wskaźnika Z	Prawdopodobieństwo bankructwa
1,8 lub mniej	Duże
1,81 - 2,99	Nieokreślone
3,0 i więcej	Niewielkie

Skuteczność modelu Altmana w przewidywaniu bankructwa

Liczba lat przed upadkiem	66 firm z lat 1946-1965	86 firm z lat 1969-1975	110 firm z lat 1976-1995
1	94%	82%	85%
2	72%	75%	78%
3	48%	68%	75%
4	29%	-	-
5	36%	-	-

W USA model okazał się skuteczny w 72% przypadków.

2.7. Zastosowania statystyki w ubezpieczeniach

W ubezpieczeniach, np. życiowych, metody statystyczne umożliwiają oszacowanie średniego czasu życia klienta w zależności od jego cech takich jak wiek, płeć, przebyte choroby i ustaleniu odpowiedniej dla niego stawki ubezpieczenia.



3. Specjalność Statystyka Matematyczna

3.1. Wiedza ogólna zdobywana na Specjalności Statystyka Matematyczna

W ramach tej specjalności

- będziesz miał możliwość poznania współczesnej teorii statystyki matematycznej, jak również wielu jej zastosowań,
- nauczysz się wykorzystywać pakiety komputerowe będące standardami światowymi,
- zapoznasz się z szerokimi możliwościami wykorzystania metod statystycznych m.in. w badaniach niezawodności, badaniach medycznych, badaniach opinii publicznej, badaniach rynku finansowego.



3.2. Zagadnienia statystyki matematycznej

Poznasz takie zagadnienia statystyki matematycznej jak:

- teoria estymacji,
- teoria testowania hipotez,
- analiza statystyczna w ogólnych modelach liniowych,
- zagadnienia regresji liniowej i nieliniowej,
- analiza danych ankietowych,
- statystyczna analiza szeregów czasowych,
- sekwencyjne decyzje statystyczne,
- procedury sekwencyjne dla procesów stochastycznych,
- statystyka procesów stochastycznych i pól losowych,
- statystyka nieparametryczna.

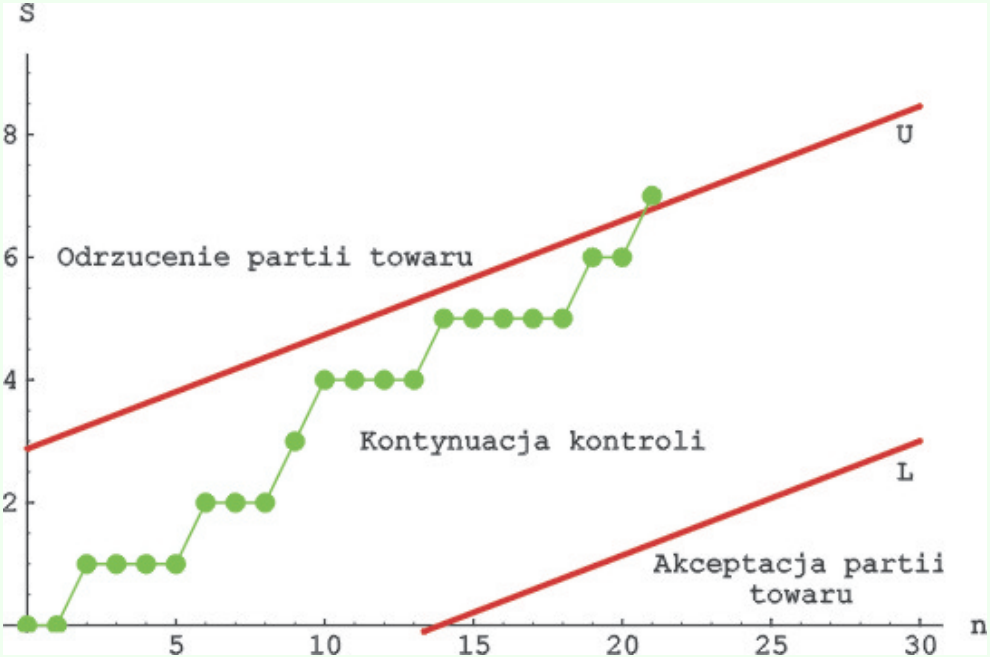


Jednym z najprostszych przykładów zastosowań sekwencyjnych decyzji statystycznych jest statystyczna kontrola jakości. Metoda wnioskowania dotycząca oceny procentowej wadliwości produkowanych wyrobów i optymalna liczba obserwacji mogą być opisane łącznie przez narysowanie dwóch barier na wykresie liczby sukcesów (sztuk wadliwych) jako funkcji liczby wykonanych obserwacji.









Rysunek 1: Bariery sekwencyjnego testu ilorazu prawdopodobieństwa dla prób Bernoulliego. Przyjęto $p_0 = 0.1$, $p_1 = 0.3$, $\alpha = 0.02$, $\beta = 0.03$.

Dopóki błądzenie losowe pozostaje między tymi barierami, należy kontynuować badanie. Jeśli trajektoria przetnie górną barierę (za dużo sukcesów – za dużo wykrytych elementów wadliwych), zakończymy eksperyment i podejmiemy decyzję o odrzuceniu partii produktów. Gdy zostanie przecięta dolna bariera (za mało sukcesów), zakończymy eksperyment i podejmiemy decyzję o zaakceptowaniu danej partii.



Opiekunem specjalności
STATYSTYKA MATEMATYCZNA jest
prof. dr hab. Ryszard Magiera

