

Matematyka 2, egzamin na ocenę celującą – zadania przykładowe

1. Promień światła wychodzący z punktu $P = (8,6,2)$ po odbiciu w zwierciadle leżącym w płaszczyźnie $\pi: x + 2y + 3z - 12 = 0$ trafił do punktu $Q = (2,0,8)$. W jakim punkcie nastąpiło odbicie?
2. Wyznaczyć wszystkie ekstrema lokalne funkcji $f(x, y) = xy \ln(x^2 + y^2)$.
3. Obliczyć objętość bryły $\{(x, y, z): x^2 + y^2 \leq 1, z^2 + x^2 \leq 1\}$ – jest to część wspólna dwóch walców o osiach wzajemnie prostopadłych.
4. Niech a, b, c będą trzema prostymi na płaszczyźnie. Wykazać, że
$$R_a R_b R_c R_a R_b R_c R_b R_c R_a R_b R_c R_a = R_b R_c R_a R_b R_c R_a R_a R_b R_c R_a R_b R_c.$$

(Aby uzyskać ocenę celującą (5,5) wystarczy rozwiązać dwa zadania)