

Kolokwium nr 2 – zadania przykładowe

1. Sprawdzić równość pochodnych mieszanych f_{xy} i f_{yx} dla funkcji:
 - a) $f(x, y) = x \cdot \ln(xy + 1)$
 - b) $f(x, y) = \operatorname{arctg}\left(\frac{y}{x}\right)$.
2. Wyznaczyć równanie płaszczyzny stycznej do powierzchni $z = f(x, y)$ w punkcie (x_0, y_0, z_0) , jeśli
 - a) $f(x, y) = \frac{xy}{x^2 - 2y^2}$, $x_0 = 2$, a $y_0 = 1$
 - b) $f(x, y) = y\sqrt{9 - x^2 - y^2}$, $x_0 = -1$, a $y_0 = 2$.
3. Wyznaczyć dziedzinę i ekstrema lokalne funkcji:
 - a) $f(x, y) = 8xy - \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$
 - b) $f(x, y) = x^2 + 4y^2 - \frac{1}{xy}$
 - c) $f(x, y) = x^3 + 2xy + y^2 + 8y$
 - d) $f(x, y) = 2 \ln(xy) - x^2 - y^2$.
4. Obliczyć $\iint_D f(x, y) dx dy$, jeśli D jest obszarem ograniczonym krzywymi (podanymi obok):
 - a) $f(x, y) = x + 2y$, $D: x - y - 2 = 0$ i $x - y^2 = 0$
 - b) $f(x, y) = x^3 y$, $D: y = x$, $x = 1$ i $xy = 4$
 - c) $f(x, y) = x^2 y$, $D: y = x^2$ i $x = y^2$
 - d) $f(x, y) = x$, $D: x^2 + y^2 = 4$, $x = 1$ ($x \geq 1$).Narysować obszar całkowania.
5. Obliczyć całkę iterowaną, zmieniając kolejność całkowania:
 - a) $\int_0^{\sqrt{2\pi}} dx \int_{\frac{x}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos(y^2) dy$
 - b) $\int_1^e dx \int_0^{\ln x} x^2 y dy$.Narysować obszar całkowania.