

Stereometria – zadania i odpowiedzi

- (P16, 1p) W ostrosłupie prawidłowym czworokątnym wszystkie krawędzie mają jednakową długość. Wynika stąd, że cosinus kąta nachylenia ściany bocznej do płaszczyzny podstawy jest równy
A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{3}$
- (P19, 5p) Długość krawędzi podstawy ostrosłupa prawidłowego czworokątnego jest równa 6. Pole powierzchni całkowitej tego ostrosłupa jest cztery razy większe od pola jego podstawy. Kąt α jest kątem nachylenia krawędzi bocznej tego ostrosłupa do płaszczyzny podstawy. Oblicz $\cos \alpha$.
- (P18, 4p) Dany jest graniastosłup prawidłowy trójkątny, którego pole powierzchni całkowitej jest równe $45\sqrt{3}$. Pole podstawy graniastosłupa jest równe polu jednej ściany bocznej. Oblicz objętość tego graniastosłupa.
- (R18, 4p) Objętość stożka ściętego można obliczyć ze wzoru $V = \frac{1}{3}\pi H(r^2 + rR + R^2)$, gdzie r i R są promieniami podstaw ($r < R$), a H jest wysokością bryły. Dany jest stożek ścięty, którego wysokość jest równa 10, objętość 840π , a $r = 6$. Oblicz cosinus kąta nachylenia przekątnej przekroju osiowego tej bryły do jednej z jej podstaw.
- (P17, 4p) W ostrosłupie prawidłowym trójkątnym wysokość ściany bocznej prostopadła do krawędzi podstawy ostrosłupa jest równa $\frac{5\sqrt{3}}{4}$, a pole powierzchni bocznej tego ostrosłupa jest równe $\frac{15\sqrt{3}}{4}$. Oblicz objętość tego ostrosłupa.
- (R17, 4p) W czworościanie, którego wszystkie krawędzie mają długość 6, umieszczono kulę tak, że ma ona dokładnie jeden punkt wspólny z każdą ścianą czworościanu. Płaszczyzna π , równoległa do podstawy tego czworościanu, dzieli go na dwie bryły: ostrosłup o objętości równej $\frac{8}{27}$ objętości dzielonego czworościanu i ostrosłup ścięty. Oblicz odległość środka S kuli od płaszczyzny π , tj. długość najkrótszego spośród odcinków SP , gdzie P jest punktem płaszczyzny π .
- (P16, 5p) Podstawą ostrosłupa prawidłowego trójkątnego $ABCS$ jest trójkąt równoboczny ABC . Wysokość SO tego ostrosłupa jest równa wysokości jego podstawy. Objętość tego ostrosłupa jest równa 27. Oblicz pole powierzchni bocznej ostrosłupa $ABCS$ oraz cosinus kąta, jaki tworzą wysokość ściany bocznej i płaszczyzna podstawy ostrosłupa.
- (R16, 6p) W ostrosłupie prawidłowym czworokątnym $ABCD$ o podstawie $ABCD$ wysokość jest równa 5, a kąt między sąsiednimi ścianami bocznymi ma miarę 120° . Oblicz objętość tego ostrosłupa.
- (P15, 4p) Wysokość graniastosłupa prawidłowego czworokątnego jest równa 16. Przekątna graniastosłupa jest nachylona do płaszczyzny jego podstawy pod kątem, którego cosinus jest równy $\frac{3}{5}$. Oblicz pole powierzchni całkowitej tego graniastosłupa.

10. (R15, 5p) Podstawą ostrosłupa $ABCDS$ jest kwadrat $ABCD$. Krawędź boczna SD jest wysokością ostrosłupa, a jej długość jest dwa razy większa od długości krawędzi podstawy. Oblicz sinus kąta między ścianami bocznymi ABS i CBS tego ostrosłupa.
11. (R14, 6p) Oblicz objętość ostrosłupa trójkątnego, którego podstawą jest trójkąt o bokach 40, 40, 48, a wszystkie krawędzie boczne mają długość 65.

Odpowiedzi:

1. D
2. $\frac{\sqrt{5}}{5}$
3. $\frac{81}{2}$
4. $\frac{9}{\sqrt{106}}$
5. $\frac{\sqrt{209}}{12}$
6. $\frac{\sqrt{6}}{6}$
7. Pole= $9\sqrt{30}$, $\cos \alpha = \frac{\sqrt{10}}{10}$
8. $\frac{500}{3}$
9. $48(3 + 8\sqrt{2})$
10. $\frac{2\sqrt{6}}{5}$
11. 15360