

Wielomiany i funkcje wymierne

1. Wielomian $W(x) = 6x^3 + 3x^2 - 5x + p$ jest podzielny przez dwumian $x - 1$ dla p równego
A. 4 B. 2 C. -2 D. -4
2. Punkt $A = (-5, 3)$ jest środkiem symetrii wykresu funkcji homograficznej określonej wzorem $f(x) = \frac{ax+7}{x+d}$, gdy $x \neq -d$. Oblicz $\frac{a}{d}$. W poniższe kratki wpisz kolejno cyfrę jedności i pierwsze dwie cyfry po przecinku rozwinięcia dziesiętnego otrzymanego wyniku.

--	--	--
3. Reszta z dzielenia wielomianu $W(x) = x^3 - 2x^2 + ax + \frac{3}{4}$ przez dwumian $x - 2$ jest równa 1. Oblicz wartość współczynnika a . W poniższe kratki wpisz kolejno pierwsze trzy cyfry po przecinku rozwinięcia dziesiętnego otrzymanego wyniku.

--	--	--
4. Liczba $\frac{2}{5}$ jest pierwiastkiem wielomianu $W(x) = 5x^3 - 7x^2 - 3x + p$. Wyznacz pozostałe pierwiastki tego wielomianu i rozwiąż nierówność $W(x) > 0$.
5. Dany jest wielomian $W(x) = 2x^3 + ax^2 - 13x + b$. Liczba 3 jest jednym z pierwiastków tego wielomianu. Reszta z dzielenia wielomianu $W(x)$ przez dwumian $x + 2$ jest równa 20. Wyznacz współczynniki a i b oraz pozostałe pierwiastki wielomianu $W(x)$.
6. Wielomian $W(x) = 2x^3 + ax^2 - 22x + b$ jest podzielny przez każdy z dwumianów $x + 3$ oraz $x - 4$. Wyznacz współczynniki a i b i rozwiąż nierówność $W(x) \geq 0$.
7. Dany jest wielomian $W(x) = x^3 - 3mx^2 + (3m^2 - 1)x - 9m^2 + 20m + 4$. Wykres tego wielomianu, po przesunięciu o wektor $\vec{u} = [-3, 0]$, przechodzi przez początek układu współrzędnych. Wyznacz wszystkie pierwiastki wielomianu $W(x)$.
8. Wyznacz wszystkie całkowite wartości parametru m , dla których równanie $(x^3 + 2x^2 + 2x + 1)[x^2 - (2m + 1)x + m^2 + m] = 0$ ma trzy pami różne pierwiastki rzeczywiste, takie że jeden z nich jest średnią arytmetyczną dwóch pozostałych.
9. Reszta z dzielenia wielomianu $W(x) = 4x^3 - 5x^2 - 23x + m$ przez dwumian $x + 1$ jest równa 20. Wyznacz współczynniki m oraz pozostałe pierwiastki wielomianu $W(x)$.
(Zadania 1-9 pochodzą z egzaminów maturalnych z lat 2011-2018. Poniżej kilka ode mnie)
10. Rozwiąż równanie $\frac{3}{x^3+8} - \frac{1}{x^2-4} = \frac{2}{x^2-2x+4}$.
11. Pociąg zatrzymany na 16 minut nadrobił potem opóźnienie na trasie liczącej 80 km, jadąc z prędkością o 10 km/h większą niż przewidziana w rozkładzie jazdy. Jaka była prędkość pociągu według rozkładu jazdy?
12. Dla jakich wartości parametru m równanie $\frac{4}{mx-8} = \frac{3}{2x-m}$ ma rozwiązanie ujemne?
13. Funkcję homograficzną $y = F(x) = \frac{2x+10}{x+3}$ przedstaw w postaci $y = \frac{a}{x-p} + q$. Naszkicuj wykres funkcji $y = |F(x)|$ (zaznacz asymptoty i punkty wspólne z osiami układu współrzędnych). Na tej podstawie określ liczbę rozwiązań równania $|F(x)| = k$ w zależności od wartości parametru k .
14. Wyznacz wszystkie pary liczb całkowitych (x, y) spełniających równanie $(x + 1)y = 3 - 3x$.
15. Rozłóż wielomian $x^6 - 8$ na czynniki rzeczywiste nierozkładalne.
16. Wielomian $P(x)$ przy dzieleniu przez $x - 2$ daje resztę 11, zaś przy dzieleniu przez $x + 3$ resztę -4. Wyznacz resztę z dzielenia wielomianu $P(x)$ przez $x^2 + x - 6$.
17. Jeden z pierwiastków wielomianu $W(x) = x^3 + 3x^2 + (b - 7)x - b + 1$ jest średnią arytmetyczną pozostałych. Wyznacz wartość parametru b oraz iloczyn wszystkich pierwiastków tego wielomianu.