

Ciągi

- (P18, 2p) Dwunasty wyraz ciągu arytmetycznego (a_n) , określonego dla $n \geq 1$, jest równy 30, a suma jego dwunastu początkowych wyrazów jest równa 162. Oblicz pierwszy wyraz tego ciągu.
- (R18, 4p) Wyrazy ciągu geometrycznego (a_n) , określonego dla $n \geq 1$, spełniają układ równań
$$\begin{cases} a_3 + a_6 = -84 \\ a_4 + a_7 = 168 \end{cases}$$

Wyznacz liczbę n początkowych wyrazów tego ciągu, których suma S_n jest równa 32769.

- (P17, 2p) W ciągu arytmetycznym (a_n) , określonym dla $n \geq 1$, dane są: wyraz $a_1 = 8$ i suma trzech początkowych wyrazów tego ciągu $S_3 = 33$. Oblicz różnicę $a_{16} - a_{13}$.
- (R17) Nieskończony ciąg liczbowy jest określony wzorem $a_n = \frac{(n^2 - 10n)(2 - 3n)}{2n^3 + n^2 + 3}$ dla $n \geq 1$. Wtedy
 - $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \frac{1}{2}$
 - $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$
 - $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = -\infty$
 - $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = -\frac{3}{2}$
- (R17, 6p) Liczby a, b, c są – odpowiednio – pierwszym, drugim i trzecim wyrazem ciągu arytmetycznego. Suma tych liczb jest równa 27. Ciąg $(a - 2, b, 2c + 1)$ jest geometryczny. Wyznacz liczby a, b, c .
- (P16, 2p) Ciąg (a_n) jest określony wzorem $a_n = 2n^2 + 2n$ dla $n \geq 1$. Wykaż, że suma każdych dwóch kolejnych wyrazów tego ciągu jest kwadratem liczby naturalnej.
- (R16) Granica $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(pn^2 + 4n)^3}{5n^6 - 4} = -\frac{8}{5}$. Wynika stąd, że
 - $p = -8$
 - $p = 4$
 - $p = 2$
 - $p = -2$
- (R16, 2p) Dany jest ciąg geometryczny (a_n) , określony wzorem $a_n = \left(\frac{1}{2x - 371}\right)^n$ dla $n \geq 1$. Wszystkie wyrazy tego ciągu są dodatnie. Wyznacz najmniejszą liczbę całkowitą x , dla której nieskończony szereg $a_1 + a_2 + a_3 + \dots$ jest zbieżny.
- (P15, 5p) W nieskończonym ciągu arytmetycznym (a_n) , określonym dla $n \geq 1$, suma jedenastu początkowych wyrazów tego ciągu jest równa 187. Średnia arytmetyczna pierwszego, trzeciego i dziewiątego wyrazu tego ciągu jest równa 12. Wyrazy a_1, a_3, a_k ciągu (a_n) tworzą nowy ciąg – trzywyrazowy ciąg geometryczny. Oblicz k .
- (R15, 2p) Oblicz granicę $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{11n^3 + 6n + 5}{6n^3 + 1} - \frac{2n^2 + 2n + 1}{5n^2 - 4} \right)$. W poniższe kratki wpisz kolejno cyfrę jedności i pierwsze dwie cyfry po przecinku rozwinięcia dziesiętnego otrzymanego wyniku.

--	--	--

- (R15, 6p) Suma wszystkich czterech współczynników wielomianu $W(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ jest równa 0. Trzy pierwiastki tego wielomianu tworzą ciąg arytmetyczny o różnicy równej 3. Oblicz współczynniki a, b, c . Rozważ wszystkie możliwe przypadki.
- (R13, 5p) Ciąg liczbowy (a, b, c) jest arytmetyczny i $a + b + c = 33$, natomiast ciąg $(a - 1, b + 5, c + 19)$ jest geometryczny. Oblicz a, b, c .
- (P12, 4p) Ciąg $(9, x, 19)$ jest arytmetyczny, a ciąg $(x, 42, y, z)$ jest geometryczny. Oblicz x, y oraz z .
- (P12, 2p) Suma $S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n$ początkowych n wyrazów pewnego ciągu (a_n) jest określona wzorem $S_n = n^2 - 2n$ dla $n \geq 1$. Wyznacz wzór na n -ty wyraz tego ciągu.
- (R, 4p) Rozwiąż nierówność $2 + x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{4} + \dots < 4x + 8$, w której lewa strona jest sumą wyrazów zbieżnego szeregu geometrycznego.