Funkcja kwadratowa

1. (R15, 2p) Liczby -1 i 3 są miejscami zerowymi funkcji kwadratowej f. Oblicz $\frac{f(6)}{f(12)}$.
2. (P15, 2p) Oblicz największą i najmniejszą wartość funkcji $f(x) = x^2 - 6x + 3$ w przedziale $\langle 0,4 \rangle$.
3. Suma kwadratów pierwiastków równania $\sqrt{6}x^2 - \sqrt{6} = 3x$ jest równa
   A. $\frac{7}{2}$ B. $\frac{9}{2}$ C. $\frac{11}{2}$ D. $\frac{13}{2}$.
4. Jednym z rozwiązań równania $x^2 + x + c = 0$ jest liczba $\frac{2-\sqrt{5}}{4}$. Wynika stąd, że liczba c należy do przedziału
   A. $\left\langle -1, -\frac{1}{2} \right)$ B. $\left\langle -\frac{1}{2}, 0 \right)$ C. $\left\langle 0, \frac{1}{2} \right)$ D. $\left\langle \frac{1}{2}, 1 \right)$.
5. Wykres funkcji g otrzymano przez przesunięcie wykresu funkcji $f(x) = 2x^2 + 8x + 5$ o wektor $\left[\frac{17}{4}, \frac{17}{4}\right]$. Parabola będąca wykresem funkcji f ma wierzchołek w punkcie (p, q). W poniższe kratki wpisz pierwsze trzy cyfry po przecinku rozwinięcia dziesiętnego liczby $|pq|$.

6. Rozwiąż:
   a) równanie $x^2 - |4x + 8| + 3 = 0$;
   b) nierówność $x^2 - |x - 3| \geq 2x + 3$.
7. Naszkicuj wykres funkcji $f(x) = |x^2 - 4| - |x + 2|$. Na tej podstawie określ liczbę rowiązań równania $f(x) = m$ w zależności od parametru m.
8. Suma dwóch różnych miejsc zerowych funkcji kwadratowej f jest równa 4, a suma ich odwrotności jest równa $-\frac{1}{3}$. Wyznacz wzór tej funkcji, jeśli $f(0) = 12$.
9. Wyznacz zbiór wartości funkcji $f(x) = \frac{x}{x^2+1}$.
10. Udowodnij, że dla każdej liczby rzeczywistej x i dla każdej liczby rzeczywistej m prawdziwa jest nierówność $20x^2 - 24mx + 18m^2 \geq 4x + 12m - 5$.
11. Dla jakich wartości parametru m suma kwadratów dwóch różnych pierwiastków równania $x^2 + (m - 4)x - 4m = 0$ jest cztery razy większa od sumy tych pierwiastków?
12. Dla jakich wartości parametru m pierwiastkami równania $x^2 - 2mx - m^2 - 2m - 4 = 0$ są dwie różne liczby ujemne x_1 i x_2 spełniające warunek $|x_1 - x_2| = 4\sqrt{2}$?
13. (R15, 6p) Dany jest trójmian kwadratowy $f(x) = (m + 1)x^2 + 2(m - 2)x - m + 4$. Wyznacz wszystkie rzeczywiste wartości parametru m, dla których trójmian f ma dwa różne pierwiastki x_1, x_2, spełniające warunek ${x_1}^2 - {x_2}^2 = {x_1}^4 - {x_2}^4$.
14. (R16, 6p) Dany jest trójmian kwadratowy $f(x) = x^2 + 2(m + 1)x + 6m + 1$. Wyznacz wszystkie wartości parametru m, dla których ten trójmian ma dwa różne pierwiastki rzeczywiste x_1 i x_2 tego samego znaku, spełniające warunek $|x_1 - x_2| < 3$.
15. (P17, 4p) Funkcja kwadratowa f jest określona dla wszystkich liczb rzeczywistych x wzorem $f(x) = ax^2 + bx + c$. Największa wartość funkcji f jest równa 6 oraz $f(-6) = f(0) = \frac{3}{2}$. Oblicz wartość współczynnika a.
16. (R17, 5p) Wyznacz wszystkie wartości parametru m, dla których równanie
$$4x^2 - 6mx + (2m + 3)(m - 3) = 0$$
ma dwa rozwiązania rzeczywiste x_1 i x_2, przy czym $x_1 < x_2$, spełniające warunek
$$(4x_1 - 4x_2 - 1)(4x_1 - 4x_2 + 1) < 0.$$
17. (R18, 6p) Wyznacz wszystkie wartości parametru m, dla których równanie
$$x^2 + (m + 1)x - m^2 + 1 = 0$$
ma dwa rozwiązania rzeczywiste x_1 i x_2 $(x_1 \neq x_2)$, spełniające warunek ${x_1}^3 + {x_2}^3 > -7x_1x_2$.