

# ZMP - Lista 1

## Operacje bitowe, funkcje, instrukcje sterujące

Marcin Michalski, WMAT PWr

Marzec 2024

Ćwiczenia są do przećwiczenia na laboratoriach/samodzielnie. Zadania należy rozwiązać zgodnie ze specyfikacją i udostępnić prowadzącym laboratoria.

**Deadline: 16.03.2024, 23:59.**

**Ćwiczenie 1.** Jakiej operacji arytmetycznej odpowiada  $\sim n$ ?

**Ćwiczenie 2.** Zapisz operacje bitowe na jednym bicie za pomocą działań arytmetycznych na zbiorze  $\{0, 1\}$ .

**Ćwiczenie 3.** Dla liczb całkowitych  $x, y$  zapisz  $x - y$  za pomocą

(a) operacji bitowych,  $+$  i  $1$ ;

(b) jak wyżej, tylko bez  $1$ .

**Ćwiczenie 4.** Niech  $x$  będzie bajtem (ciągami bitów dł. 8). Jak, za pomocą operacji bitowych,  $+$  i dowolnych ustalonych bajtów, uzyskać sumę bitów  $x$ ?

**Ćwiczenie 5.** Zaimplementuj funkcję, która dla podanej liczby całkowitej  $n$  i naturalnej  $k$ , zwróci  $k$ -ty bit liczby  $n$ . Przyjmij, że bit najbardziej wysunięty na prawo ma pozycję  $k = 0$ .

**Ćwiczenie 6.** Zaimplementuj funkcję, która dla podanej liczby całkowitej  $n$  i naturalnej  $k$  zamienia  $k$ -ty bit  $n$  na przeciwny.

**Ćwiczenie 7.** Zaimplementuj "szybkie" mnożenie liczb całkowitych za pomocą  $\ll$ , dodawania i odejmowania.<sup>1</sup>

**Ćwiczenie 8.** Napisz funkcję, która sprawdza, czy podana liczba naturalna jest pierwsza. Następnie napisz funkcję, która dla podanej liczby naturalnej wypisze wszystkie liczby pierwsze bliźniacze<sup>2</sup> nie większe od niej.

**Ćwiczenie 9.** Zaimplementuj algorytm Euklidesa do wyszukiwania największego wspólnego dzielnika dwóch liczb naturalnych.

**Ćwiczenie 10.** Zaimplementuj funkcję, która dla podanej liczby naturalnej  $n$  wypisze wszystkie liczby doskonałe<sup>3</sup> nie większe od niej.

---

<sup>1</sup>To chyba pierwszy moment, w którym przydadzą się pętle i instrukcje warunkowe.

<sup>2</sup>To są takie liczby pierwsze  $p$ , dla których  $p + 2$  lub  $p - 2$  też jest liczbą pierwszą.

<sup>3</sup>Liczba  $n$  jest doskonała, jeśli  $\sum\{d \in \mathbb{N} : d < n \wedge d|n\} = n$

---

Poniższe zadania udostępnił prowadzący laboratoria. Pliki \*.cpp zapisz w ścieżce `lista_1/z_i/` i nazwij

`nr_indeksu_zkc.cpp`,

gdzie `k` to numer zadania, a `c` to podpunkt (o ile zadanie ma podpunkty - jeśli nie, to `c` pomiń).

**Zadanie 1** (3p.). Niech funkcja  $f : \mathbb{N}^+ \rightarrow \mathbb{N}^+$  będzie zdefiniowana w następujący sposób

$$f(n) = \begin{cases} \frac{n}{2}, & \text{jeśli } 2|n, \\ 3n + 1, & \text{w przeciwnym przypadku.} \end{cases}$$

Napisz program, który dla podanej w standardowym wejściu dodatniej liczby naturalnej wypisze jej trajektorię przez  $f$  dopóki nie trafi w 1, oraz po przecinku i spacji długość tej trajektorii. Np. dla dla wejścia 3 powinniśmy otrzymać

3 10 5 16 8 4 2 1, 8

Czy każda trajektoria uderza w końcu w 1?

**Zadanie 2** (4p.). Funkcja Eulera  $\varphi : \mathbb{N}^+ \rightarrow \mathbb{N}^+$  jest zadana przez

$$\varphi(n) = |\{k \leq n : \text{NWD}(k, n) = 1\}|.$$

- (a) Zaimplementuj funkcję Eulera. Program powinien oczekiwać podania liczby ze standardowego wejścia i wypisać odpowiednią wartość.
- (b) Zaimplementuj funkcję  $F : \mathbb{N}^+ \rightarrow \mathbb{N}^+$  zadaną wzorem

$$F(n) = \sum \{\varphi(d) : d|n\}.$$

Program powinien oczekiwać liczby ze standardowego wejścia i wypisać odpowiednią wartość.

- (c) \* Jak prościej opisać działanie funkcji  $F$ ? Udowodnij swoją hipotezę.

**Zadanie 3** (3p.). Zaimplementuj funkcję, która dla podanej liczby naturalnej  $n$  wypisze liczbę zer końcowych liczby  $n!$ . Rozwiązanie faktycznie obliczające  $n!$  w którymkolwiek momencie działania programu jest oczywiście nieakceptowalne ;-)