

Lista 4 z Analizy Matematycznej 1 dla W02

Funkcje trygonometryczne i cyklometryczne

Marcin Michalski, WMAT PWr

Listopad 2022

Niektóre przykłady pochodzą z list zadań dostępnych na [stronie WMATu](#). W razie niedosytu poniższą listą gorąco zachęcam do ich przejrzenia!

Zadanie 1. Oblicz $\sin(\alpha)$, $\cos(\alpha)$, $\operatorname{tg}(\alpha)$, $\operatorname{ctg}(\alpha)$ dla $\alpha \in \{-\frac{\pi}{6}, -\frac{\pi}{4}, -\frac{\pi}{3}\}$.

Zadanie 2. Oblicz

(a) $\sin(\frac{-23}{6}\pi) - \cos(\frac{-37}{4}\pi)$;

(c) $\sin^2(\frac{49}{6}\pi) + \cos^2(\frac{61}{6}\pi)$;

(b) $\operatorname{tg}(\frac{17}{4}\pi) + \operatorname{ctg}(\frac{-25}{4}\pi)$;

(d) $\operatorname{tg}(\frac{122}{3}\pi) \operatorname{ctg}(\frac{232}{6}\pi)$.

Zadanie 3. Narysuj wykres

(a) $\sin(x - \frac{\pi}{4}) - \cos(x + \frac{\pi}{4})$;

(c) $\frac{1}{2}(|\sin(x)| + \sin(x))$;

(b) $\sin(\frac{\pi}{2}x)$;

(d) $|\sin(-|x|)|$.

Zadanie 4. Wyznacz wzory na sumy i różnice kątów funkcji \sin , \cos , tg , ctg , korzystając z sinusów sumy i wzorów redukcyjnych.

Zadanie 5. Korzystając z poprzedniego zadania, wyraż $f(x)g(y)$, gdzie $f, g \in \{\sin, \cos\}$, za pomocą sumy sinusów lub kosinusów.

Zadanie 6. Wyznacz wzory na $f(2x)$ i $f(\frac{1}{2}x)$ dla $f \in \{\sin, \cos, \operatorname{tg}, \operatorname{ctg}\}$.

Zadanie 7. Oblicz $f(\frac{\pi}{8})$ i $f(\frac{\pi}{12})$ dla $f \in \{\sin, \cos, \operatorname{tg}, \operatorname{ctg}\}$.

Zadanie 8. Wyraż \sin^2 , \cos^2 , \sin^4 , \cos^4 za pomocą sinusów i kosinusów kątów wielokrotnych.

Zadanie 9. Rozwiąż równania

(a) $\sin(x) = -\frac{1}{2}$;

(d) $\sin^2(x) + \frac{1}{2}\sin(2x) = 0$;

(b) $\cos(\frac{\pi}{4} - 2x) = \cos(x + \frac{\pi}{3})$;

(e) $\sin(x) - 2 = \cos(2x)$;

(c) $-3\operatorname{tg}(x) + \operatorname{tg}(2x) = 0$;

(f) $\cos(4x) = 2 - 3\sin(2x)$.

Zadanie 10. Rozwiąż nierówności

(a) $\sin(x) \leq \frac{\sqrt{2}}{2}$;

(c) $\operatorname{ctg}^2(x) < 1$;

(b) $\operatorname{ctg}(\frac{x}{2}) > 1$;

(d) $2 \cos(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{3}) \leq -1$

Zadanie 11. Pokaż tożsamości

(a) $\cos^2(x) = \frac{1}{1+\operatorname{tg}^2(x)}$;

(c) $\cos(x) = \frac{1-\operatorname{tg}^2(\frac{x}{2})}{1+\operatorname{tg}^2(\frac{x}{2})}$;

(b) $\sin^2(x) = \frac{\operatorname{tg}^2(x)}{1+\operatorname{tg}^2(x)}$;

(d) $\sin(x) = \frac{2\operatorname{tg}(\frac{x}{2})}{1+\operatorname{tg}^2(\frac{x}{2})}$;

Zadanie 12. Oblicz

(a) $\arcsin(\frac{\sqrt{2}}{2})$;

(c) $\operatorname{arctg}(\sqrt{3})$;

(b) $\arccos(-\frac{1}{2})$;

(d) $\operatorname{arcctg}(-\sqrt{3})$.

Zadanie 13. Niech $f = \sin \upharpoonright [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ oraz $g = \cos \upharpoonright [0, \pi]$. Narysuj wykresy funkcji

(a) $\arcsin \circ f$ oraz $\arcsin \circ \sin$;

(b) $\arccos \circ g$ oraz $\arccos \circ \cos$;

(c) $\arcsin \circ \cos$ oraz $\arccos \circ \sin$.

Zadanie * 14. Wybierz $f \in \{\sin, \cos, \operatorname{tg}, \operatorname{ctg}\}$ oraz $g \in \{\arcsin, \arccos, \operatorname{arctg}, \operatorname{arcctg}\}$ i wyznacz $f \circ g$ (pomiń trywialne przypadki).