

# Wszechświat w 30min

Łukasz Płociniczak

Instytut Matematyki i Informatyki, Politechnika Wrocławska

Kobyła Góra, 10.08.2014

# Dlaczego kosmologia jest tak ciekawa

- Kosmologia - nauka o Wszechświecie w jego największych skalach i rozciągłości.
- Skąd przybyliśmy? Dlaczego tu jesteśmy? Dokąd zmierzamy?
- Jak powstały pierwiastki? Dlaczego Wszechświat jest tak gładki? Jak powstały galaktyki z tak gładkich warunków początkowych? Jakie będzie ostateczny koniec Wszechświata?
- Każda cywilizacja zadawała (i zadaje!) pytania o początek wszechrzeczy (teologia i filozofia). Dopiero w XX w. kosmologia (fizyczna) została nauką ścisłą (rozwój aparatu matematycznego oraz technologii pomiarowej).
- Teorie, których potrzebujemy: Ogólna teoria względności, Kwantowa teoria pola, Termodynamika, Mechanika statystyczna, ... praktycznie wszystko!

# Historia kosmologii fizycznej

- Prehistoria: Arystoteles, Ptolemeusz, ...
- Historia dawna: Kopernik, Kepler, Galileusz, Niuton, ...

# Historia kosmologii fizycznej

- Prehistoria: Arystoteles, Ptolemeusz, ...
- Historia dawna: Kopernik, Kepler, Galileusz, Niuton, ...

Zasada kopernikańska (wersja dawna)

**Ziemia nie zajmuje szczególnego miejsca we Wszechświecie.**

# Historia kosmologii fizycznej

- Prehistoria: Arystoteles, Ptolemeusz, ...
- Historia dawna: Kopernik, Kepler, Galileusz, Niuton, ...

Zasada kopernikańska (wersja dawna)

**Ziemia nie zajmuje szczególnego miejsca we Wszechświecie.**

Zasada kopernikańska (wersja współczesna)

**Wszechświat jest jednorodny i izotropowy (na odpowiednich skalach).**

# Historia kosmologii fizycznej

- Prehistoria: Arystoteles, Ptolemeusz, ...
- Historia dawna: Kopernik, Kepler, Galileusz, Niuton, ...

## Zasada kopernikańska (wersja dawna)

**Ziemia nie zajmuje szczególnego miejsca we Wszechświecie.**

## Zasada kopernikańska (wersja współczesna)

**Wszechświat jest jednorodny i izotropowy (na odpowiednich skalach).**

- Początek współczesnej kosmologii: Einstein i Jego OTW, 1916(17)r → teoria Wszechświata statycznego ( $\Lambda$  - stała kosmologiczna, „największa pomyłka”).
- Friedmann, 1922r → słynne równanie, którego rozwiązaniem jest rozszerzający się Wszechświat.

# Czy Wszechświat się rozszerza?

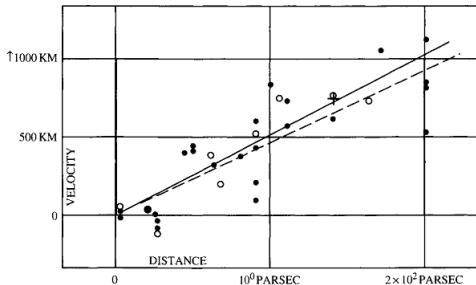
- Lemaître, 1927r → rozwiązania rozszerzające się (przyspieszające), wyprowadzenie prawa Hubble'a (przed nim samym) oraz związek z przesunięciem ku czerwieni, argument o początku Wszechświata.
- Hubble, 1929r. → obserwacyjne potwierdzenie dynamicznego Wszechświata.

$$v = H_0 d,$$

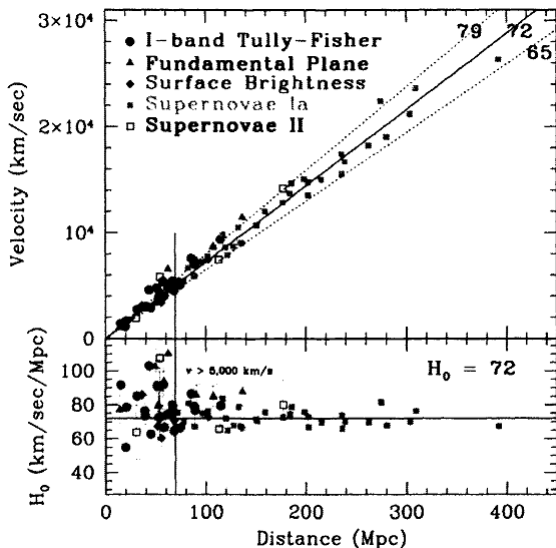
$v$  - prędkość ucieczki,

$d$  - odległość,

$H_0$  stała (Hubble'a) proporcjonalności.



# Czy Wszechświat się rozszerza?

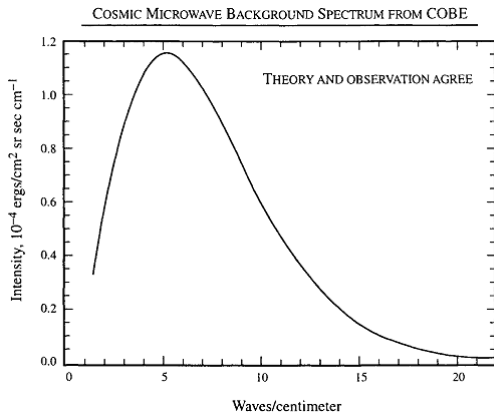
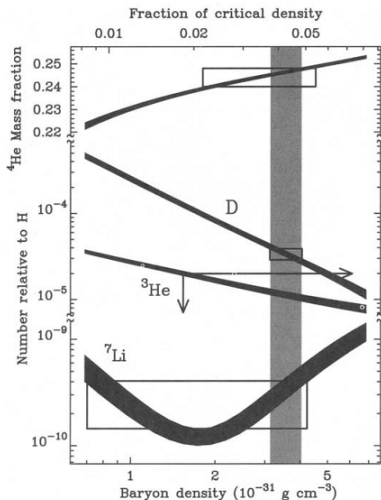




# Wielki Wybuch

- Taśma filmowa od tyłu: Wszechświat się kurczy. Nie może tak robić w nieskończoność → **Wielki Wybuch**.
- Początkowo teoria spotkała się z dużym sprzeciwem - Teoria Stanu Stacjonarnego (Arystotelesowski świat bez ramów czasowych).
- Niezbite dowody na to, że początek (WW) rzeczywiście był:
  - Diagram Hubble'a - galaktyki „uciekają” od siebie i od nas.
  - Nukleosynteza (BBN) - Alpher, Bethe, Gamov ( $\alpha\beta\gamma$ ) 1948r → teoretyczne wyjaśnienie ilości lekkich pierwiastków (np. *He* stanowi ilościowo 25% *H*).
  - Kosmiczne Promieniowanie Tła (CMBR) - Penzias, Wilson 1964r → bezpośredni obraz tego jak wyglądał Wszechświat jak miał ok. 370tyś. lat. Ma ono temperaturę  $\simeq 2.73K$ .

# Dowody na Wielki Wybuch



## Czas coś policzyć! - Budujemy model

- Najpierw skupmy się na teorii niutonowskiej.
- Założenia: przestrzeń  $\mathbb{R} \times \mathbb{R}^3$  (która jest oczywiście jednorodna oraz izotropowa) rozszerzająca się oraz wypełniona słabooddziałującą materią („kurzem”).
- Jak opisać rozszerzanie się Wszechświata?
  - Załóżmy na moment prawo Hubble'a i zapiszmy je jako  $\dot{r} = H(t)r$  („stała” Hubble'a może zmieniać się w czasie). Rozwiązując to równanie dostajemy

$$r(t) = a(t)\chi, \quad \text{gdzie} \quad a(t) = e^{\int H(t)dt},$$

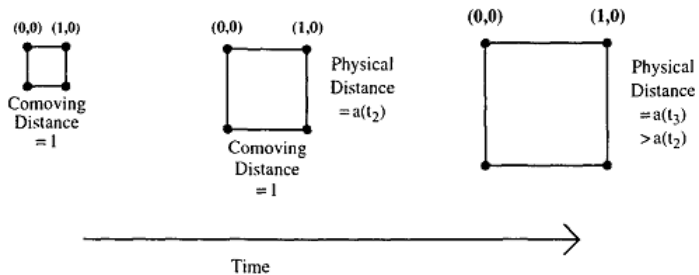
jest **współczynnikiem skali** a  $\chi$  jest odległością w pewnym czasie.

- Zauważmy, że (będziemy przyjmować tę zależność jako **definicję** stałej Hubble'a)

$$H(t) = \frac{\dot{a}}{a}.$$

- Widzimy od razu bezpośrednią geometryczną interpretację:  $a(t)$  mówi nam jak **odległości** pomiędzy punktami się **zwiększają**.
- Sytuacja jest podobna do współrzędnych Lagrange'a ( $\chi$ , współporuszających się) oraz Eulera ( $r$ , widzianych ze stacjonarnego punktu).

# Współczynnik skali



## Podstawowe równania niutonowskie

- Wszechświat wypełniony jest bezciśnieniową materią, która jest zachowana. Zatem  $\dot{\rho}(t) + \text{div}(\mathbf{v}\rho(t)) = 0$ , gdzie  $\rho$  - gęstość materii oraz  $\mathbf{v}$  - jej prędkość.
- Mamy prawo Hubble'a, więc  $\mathbf{v} = \frac{\dot{a}}{a} \mathbf{r}$  a stąd

$$\dot{\rho} = -\frac{\dot{a}}{a}\rho \text{div}\mathbf{r} = -3H(t)\rho.$$

- Materia oddziałuje grawitacyjnie, zatem dla dowolnej kuli o promieniu  $R$ , masie  $M$  oraz próbnej masy  $m$  na jej powierzchni mamy  $m\ddot{R} = -G\frac{mM}{R^2} = -\frac{4\pi G}{3}mR\rho$ .
- Ale  $R = a(t)\chi$ , więc

$$\ddot{a} = -\frac{4\pi G}{3}\rho a.$$

- Podstawiając jedno równanie do drugiego możemy otrzymać ( $E$  - stała całkowania)

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 + \frac{E}{a^2} = \frac{8\pi G}{3}\rho.$$

# Ogólna Teoria Względności

- Teoria newtonowska nie jest poprawna: nie bierze pod uwagę dynamicznej geometrii świata oraz nie potrafi dobrze opisać prędkości bliskich prędkości światła.
- Konieczna jest Ogólna Teoria Względności, której głównym równaniem jest **Równanie Einsteina**

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg_{\mu\nu} = 8\pi T_{\mu\nu},$$

gdzie  $R_{\mu\nu}$  jest tensorem Ricciego,  $g_{\mu\nu}$  jest metryką,  $R$  jest skalarciem Ricciego a  $T_{\mu\nu}$  jest tensorem energii-pędu.

- Metryka, która opisuje jednorodną, izotropową przestrzeń ma postać (metryka Friedmanna-Lemaître'a-Robertsona-Walkera, **FLRW**)

$$ds^2 = dt^2 - a^2(t) \left( \frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2 d\Omega^2 \right),$$

gdzie  $k$  przyjmuje wartości  $k = +1$  (hipersfera),  $k = 0$  (przestrzeń płaska) oraz  $k = -1$  (geometria hiperboliczna).

## Równania Friedmanna

- Jeśli wstawimy metrykę FLRW do równań Einsteina dostaniemy dwa równania opisujące ewolucję współczynnika skali  $a(t)$  oraz gęstości masy-energii  $\rho(t)$ .
- Pierwsze równanie

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 + \frac{k}{a^2} = \frac{8\pi G}{3}\rho,$$

oraz drugie

$$\ddot{a} = -\frac{4\pi G}{3}(\rho + 3p)a,$$

gdzie kolorem **czzerwonym** zaznaczone są zmiany w stosunku do sytuacji newtonowskiej (oraz oczywiście to, że teraz  $\rho$  oznacza **gęstość masy-energii**).

- Równanie ciągłości ma teraz postać

$$\dot{\rho} = -3H(t)(\rho + p)a,$$

czyli ciśnienie działa tak jak masa-energia.

## Rozwiązania

- Do otrzymania rozwiązania konieczna jest znajomość równania stanu  $p = p(\rho)$ . Eksperymenty oraz teoria pokazują, że głównymi składnikami Wszechświata są
  - Nierelatywistyczna materia (barionowa i ciemna), dla której  $p_m = 0$ .
  - Promieniowanie, dla którego  $p_r = \rho_r/3$ .
  - Ciemna energia, dla której  $p_\Lambda = -\rho_\Lambda$  (jest to jeden z modeli).
- Rozwiązując równanie ciągłości dla każdego składnika z osobna dostajemy

$$\rho_m \propto a^{-3}, \quad \rho_r \propto a^{-4}, \quad \rho_\Lambda = \text{const.}$$

- Zwyczajowo definiuje się również energię pochodzenia geometrycznego, dla której  $\rho_k = -\frac{3k}{8\pi G a^2}$ .
- Pomocne jest też zdefiniowanie **gęstości krytycznej**, czyli takiej, która prowadzi do płaskiego Wszechświata  $\rho_0^{cr} := \frac{3H_0^2}{8\pi G}$ , wtedy całkowity skład masy-energii można wyrazić wzorem

$$\rho = \rho_0^{cr} \left( \Omega_r \left( \frac{a_0}{a} \right)^4 + \Omega_m \left( \frac{a_0}{a} \right)^3 + \Omega_k \left( \frac{a_0}{a} \right)^2 + \Omega_\Lambda \right),$$

gdzie  $\Omega_\alpha = \rho_{0\alpha}/\rho_0^{cr}$  (0 w dolnym indeksie oznacza wartość terażniejszą).



## Rozwiązania

- W rozwiązaniu równania Friedmanna pojawia się całka

$$t = \int \frac{da}{a H_0 \sqrt{\Omega_r \left(\frac{a_0}{a}\right)^4 + \Omega_m \left(\frac{a_0}{a}\right)^3 + \Omega_k \left(\frac{a_0}{a}\right)^2 + \Omega_\Lambda}},$$

która daje zależność  $a = a(t)$ . Rozwiązanie można otrzymać jedynie numerycznie.

- Ponieważ gęstość promieniowania maleje szybciej niż gęstość materii (wraz ze wzrostem  $a$ ), Wszechświat był początkowo zdominowany przez  $\rho_\gamma$  (i płaski). Możemy wtedy obliczyć, że  $a \propto t^{1/2}$  a stąd  $H(t) = 1/(2t)$ .
- Pomiary z ostatnich lat (COBE, WMAP, Planck) pokazują, że (dane od Plancka)

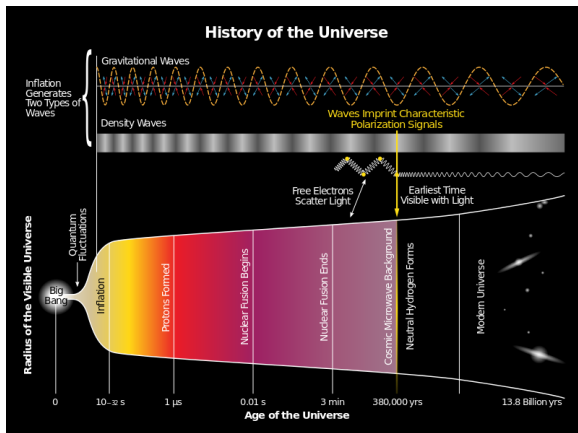
$$\Omega_c = 0.27, \quad \Omega_b = 0.05, \quad \Omega_\Lambda = 0.68, \quad \Omega_k = 0, \quad H_0 = 67.11 \frac{\text{km}}{\text{s Mpc}}.$$

- $\Omega_k = 0$  oznacza, że obserwowalny Wszechświat jest **płaski!**
- Widzimy, że ciemnej energii jest ponad 2/3 całego Wszechświata a materii barionowej zaledwie 5%!

# Historia Wszechświata

- Rzeczywiste dane można wstawić do równania Friedmanna i scałkować otrzymując wiek Wszechświata

$$t_0 = 13.8 \pm 0.037 \text{ mld lat.}$$



## Co dalej?

- Mówiliśmy tylko o jednorodnym i izotropowym Wszechświecie. Okazuje się, że w CMBR zaobserwować można drobne fluktuacje, które dostarczają nam olbrzymiej ilości informacji (ważny przedmiot badań współczesnej kosmologii).
- Nie wiemy, co to jest ciemna energia.
- Nie wiemy, co to jest ciemna materia (ale mamy kilkoro kandydatów).
- Czy teoria inflacji jest poprawna?
- Dlaczego jest więcej materii niż antymaterii?
- Jaką 3-rozmaitością jest przestrzenny Wszechświat?
- Co działo się w epoce Plancka ( $< 10^{-43}$  s)?
- Jaki będzie ostateczny los Wszechświata?
- ...