

ANALIZA MATEMATYCZNA 2.3A

dr Joanna Jureczko

Politechnika Wroclawska
Wydział Elektroniki
Katedra Telekomunikacji i Teleinformatyki

Niniejsza prezentacja stanowi jedynie skrypt do wykładu.
Wykład będzie wzbogacony o dodatkowe informacje, tj. dowody
wybranych twierdzeń przykłady, wskazówki do zadań itp.
Dodatkowe informacje dotyczące programu znajdują się w
Karcie Przedmiotu.

WYKŁAD 6

Transformacja pochodnej.
Zastosowanie transformacji Laplace'a
do rozwiązywania równań różniczkowych zwyczajnych
i układów równań różniczkowych.

TRANSFORMACJA POCHODNEJ

Jeśli $f''(t)$, $f'(t)$, $f(t)$ są oryginałami, to

$$L[f'(t)] = sL[f(t)] - f(0^+)$$

$$L[f''(t)] = s^2L[f(t)] - sf(0^+) - f'(0^+),$$

$$L[f'''(t)] = s^3L[f(t)] - s^2f(0^+) - sf'(0^+) - f''(0^+),$$

$$L[f^{(n)}(t)] = s^nL[f(t)] - s^{n-1}f(0^+) - \dots - sf^{(n-2)}(0^+) - f^{(n-1)}(0^+),$$

gdzie $f(0^+) = \lim_{t \rightarrow 0^+} f(t)$, $f'(0^+) = \lim_{t \rightarrow 0^+} f'(t)$, ...,
 $f^{(n-1)}(0^+) = \lim_{t \rightarrow 0^+} f^{(n-1)}(t)$.

Jeśli $L[f(t)] = F(s)$, to

$$L[(-t)f(t)] = F'(s)$$

$$L[(-1)^n t^n f(t)] = F^{(n)}(s).$$

Całkowanie oryginału
Całkowanie obrazu

Jeśli funkcja $f(t)$ jest oryginałem, to

$$L\left[\int_0^t f(u)du\right] = \frac{1}{s}L(f) = \frac{F(s)}{s}$$

Jeśli funkcja $\frac{f(t)}{t}$ jest oryginałem oraz $L[f(t)] = F(s)$, to

$$L\left[\frac{f(t)}{t}\right] = \int_s^\infty F(s)ds,$$

gdzie $\int_s^\infty = \lim_{Re(p) \rightarrow \infty} \int_s^p$.