

# Analiza matematyczna 2

dr Joanna Jureczko

## Zestaw 1

Równania różniczkowe rzędu pierwszego o zmiennych rozdzielonych.  
Równania różniczkowe rzędu pierwszego rozwiązywane metodą podstawiania.

### ZADANIA

#### 1.1. Rozwiązać równania różniczkowe

- $x^2 \frac{dy}{dx} = \sin \frac{1}{x}$ ,
- $\frac{dy}{dx} = 2xy^2 - x^2 \frac{dy}{dx}$ ,
- $x^2 \frac{dy}{dx} + y - a = 0$ ,
- $x\sqrt{1+y^2} + y\sqrt{1+x^2} \frac{dy}{dx} = 0$ ,
- $x \frac{dy}{dx} + 1 = x^3 - \frac{dy}{dx}$ ,
- $\sin x \sin y \frac{dy}{dx} = \cos x \cos y$ ,
- $e^{-\frac{1}{x}} y^3 + x^2 y^2 \frac{dy}{dx} = 0$ ,
- $\frac{dy}{dx} = \frac{x}{y} \cdot \frac{1+x}{1+y}$ ,
- $x(1+e^y) - e^y \frac{dy}{dx} = 0$ ,
- $\frac{dy}{dx} = \frac{\operatorname{tg} y}{x}$

#### 1.2. Rozwiązać zagadnienia początkowe dla równań różniczkowych

- $y' \sin x = y \ln y$ ,  $y(\frac{\pi}{2}) = e$ ,
- $x\sqrt{1-y^2}dx + y\sqrt{1-x^2}dy = 0$ ,  $y(0) = 1$ ,
- $y' = y^2(1+x^2)$ ,  $y(0) = 2$ ,
- $e^y(y' - 1) = 1$ ,  $y(0) = 0$ ,

#### 1.3. Rozwiązać równania różniczkowe metodą przez podstawienie

- $\frac{dy}{dx} = x + y + 3$ ,
- $\frac{dy}{dx} = 3x - 2y + 1$ ,
- $\frac{dy}{dx} = (x + y)^2$ ,

#### 1.4. Rozwiązać równania jednorodne z warunkiem początkowym

- $(y - 2x) \frac{dy}{dx} = 2y + x$ ,  $y(0) = 0$ ,
- $(x^2 + y^2)dx = 2xydy$ ,  $y(1) = \sqrt{2}$ ,
- $y' = \frac{4y^2 - x^2}{2xy}$ ,  $y(1) = 1$ .

## ODPOWIEDZI

**1.1.** a)  $y = \cos \frac{1}{x} + c$ , b)  $y = \frac{-1}{\ln(1+x^2)+C}$ , c)  $y = a + Ce^{\frac{1}{x}}$ ,  
d)  $\sqrt{1+x^2} + \sqrt{1+y^2} = C$ , e)  $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + x - 2 \ln|x+1| + C, x \neq -1$ , f)  $\sin x \cos y = C$ ,  
g)  $e^{-\frac{1}{x}} + \ln|y| = C$ , h)  $\frac{1}{2}y^2 + \frac{1}{3}y^2 = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{3}x^3 + C$ , i)  $x^2 - 2 \ln(1 + e^y) = C$ , j)  
 $y = \arcsin(Cx)$ .

**1.2.** a)  $y = e^{\operatorname{tg} \frac{x}{2}}$ , b)  $y = \sqrt{1 - (1 - \sqrt{1 - x^2})^2}$ , c)  $y = \frac{-6}{6x+2x^3-3}$ , d)  $y = \ln(2e^x - 1)$ .

**1.3.** a)  $y = Ce^x - x - 4$ , b)  $y = \frac{1}{2}(3x + 1 + \frac{3-e^{C-2x}}{2})$ , c)  $y = -x + \operatorname{tg}(x + c)$ .

**1.4.** a)  $x^2 + 4xy - y^2 = 0$ , b)  $y = \sqrt{x(x+1)}, x > 0$ , c)  $y = x\sqrt{\frac{1+x^2}{2}}, x > 0$ .