Studium Talent. Lista nr 3.

Zadanie 29 *Korzystając jedynie z określenia funkcji trygonometrycznych i tw. Pitagorasa znaleźć*
a) $\sin\frac{2\pi}{3}$; *b)* $\cos\frac{7\pi}{6}$;
c) $tg\frac{7\pi}{4}$; *d)* $\sin\frac{-5\pi}{3}$.

Zadanie 30 *Wykazać tożsamości :*
a) $\cos^4\alpha - \sin^4\alpha = cos^2\alpha - \sin^2\alpha$;
b) $\frac{1}{1+tg\alpha tg2\alpha} = \cos 2\alpha$;
c) $tg\alpha + ctg\alpha = \frac{2}{\sin 2\alpha}$;
d) $tg\frac{\alpha}{2} = \frac{1-\cos\alpha}{\sin\alpha}$.
Dla jakich wartości α *powyższe tożsamości mają sens?*

Zadanie 31 *Wyrazić funkcje* $\sin 3\alpha$ *i* $\cos 3\alpha$ *przy pomocy funkcji trygonometrycznych kąta* α *(tzn.* $\sin\alpha$ *i* $\cos\alpha$*)*

Zadanie 32 *Wykazać, że wykres funkcji* $f(x) = \sin x$ *można otrzymać jako przesunięcie wykresu funkcji* $g(x) = \cos x$ *o* $\frac{\pi}{2}$ *w prawo.*
Wniosek: Wykresy obu tych funkcji mają jednakowy kształt.

Zadanie 33 *Wykazać, że wykres funkcji* $h : [0,\pi] \to R$ *danej wzorem* $h(x) = \sin x$ *jest symetryczny względem prostej* $x = \frac{\pi}{2}$.

Zadanie 34 *Określić dziedziny funkcji :*
a) $f(x) = arc\sin(2x+1)$;
b) $g(x) = arc\cos(x^2 + \frac{1}{2})$;
c) $h(x) = arc\ tg\frac{1}{x+1}$.

Zadanie 35 *Niech*
a) $f : [\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}] \to [-1,1]$ *będzie dana wzorem* $f(x) = \sin x$.
b) $g : [\pi, 2\pi] \to [-1,1]$ *będzie dana wzorem* $g(x) = \cos x$.
Zauważyć, że f *oraz* g *posiadają funkcje odwrotne, które można wyrazić wzorem (przy pomocy funkcji cyklometrycznych).*

Zadanie 36 *Obliczyć (podać wartość bez użycia funkcji trygonometrycznych i cyklometrycznych):*
a) $\cos(arc\sin 1)$; *b)* $\sin(arc\cos\frac{1}{2})$;
c) $\cos(arc\sin\frac{-\sqrt{3}}{2})$; *d)* $tg(arc\sin\frac{-3}{4})$;
e) $arc\sin(\cos 7)$; *f)* $arc\ tg(ctg4)$.

Zadanie 37 *Pokazać, że dla każdego* $x \in [-1,1]$ *zachodzi równość:*

$$arc\sin x + arc\cos x = \frac{\pi}{2}.$$

Zadanie 38 *Pokazać, że dla każdego $x \in R$ zachodzi równość:*

$$arctgx + arcctgx = \frac{\pi}{2}.$$