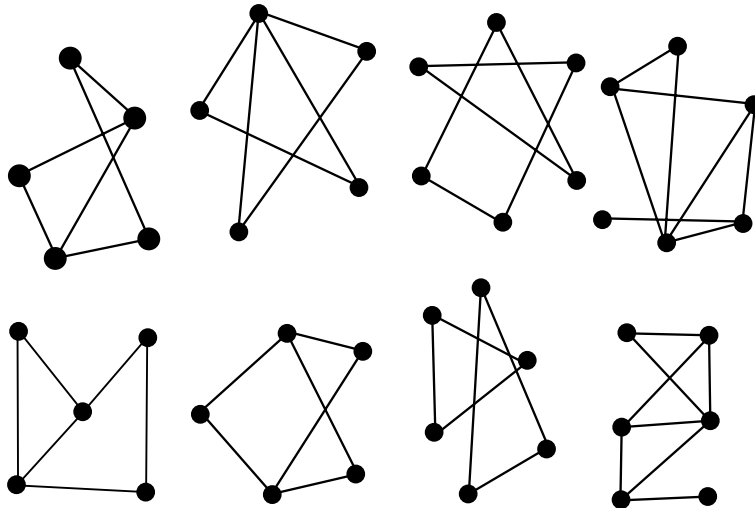


Lista 8: Wstęp do grafów

1. Które z poniższych par grafów są izomorficzne, a które nie?



2. Narysuj wszystkich 11 możliwych grafów prostych o 4 wierzchołkach (z dokładnością do izomorfizmu, tj. nie uwzględniamy etykiet wierzchołków).
3. Narysuj wszystkich 14 możliwych grafów skierowanych o 3 wierzchołkach (z dokładnością do izomorfizmu, tj. nie uwzględniamy etykiet wierzchołków).
4. Wyprowadź wzór na ilość możliwych grafów prostych o n wierzchołkach. Grafy izomorficzne uznaj za różne, tj. etykiety wierzchołków mają znaczenie.
5. Udowodnij, że dla dowolnego grafu
- Suma stopni wierzchołków to podwojona liczba krawędzi: $\sum_{v \in V} \deg(v) = 2|E|$
 - Liczba wierzchołków nieparzystego stopnia jest parzysta.
6. Udowodnij, że każdy graf prosty ma co najmniej 2 wierzchołki o równych stopniach.
7. Narysuj graf o zadanych stopniach wierzchołków lub wyjaśnij, dlaczego to nie-możliwe
- 2, 3, 3, 4, 5
 - 2, 3, 3, 3, 3
8. Pokaż przykład 2 grafów, które mają te same stopnie wierzchołków, ale nie są izomorficzne.
9. Ile istnieje możliwych ścieżek długości k na grafie cyklicznym o $n \geq 3$ wierzchołkach? Co kiedy rozpatrujemy grafy z dokładnością do izomorfizmu?

10. Napisz macierz sąsiedztwa grafu o wierzchołkach a, b, c, d, e i krawędziach ab, ac, bc, cd, de . Oblicz kwadrat tej macierzy i narysuj graf jej odpowiadający. Jaką własność oryginalnego grafu on opisuje?

11. Dla grafu cyklicznego o n wierzchołkach podaj macierz sąsiedztwa, jej kwadrat i jej sześćcian.

* Podaj wzór na jej k -tą potęgę, $k < n/2$.