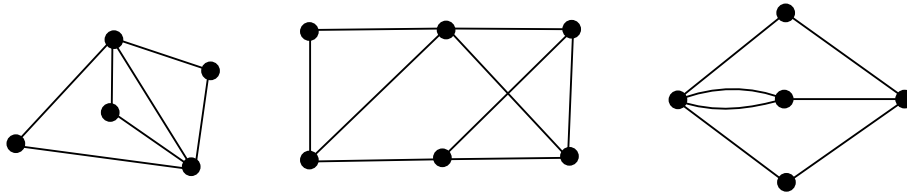


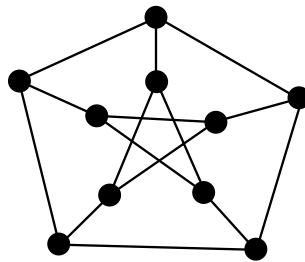
Matematyka dyskretna, WMat 2024

Lista 9: Grafy, ścieżki i cykle

1. Wypisz wszystkie cykle w grafach:



2. Znajdź cykle długości 5, 6, 8, 9 w tzw. grafie Petersena



3. Podaj przykładowy algorytm znajdowania składowych spójnych grafu.

4. Udowodnij, że albo graf prosty jest spójny, albo jego dopełnienie, tj. graf mający wszystkie krawędzie, których nie ma oryginalny graf, jest spójny.

5. Udowodnij, że każdy graf prosty o n wierzchołkach oraz liczbie krawędzi większej niż $(n-1)(n-2)/2$ jest spójny.

6. Udowodnij, że jeżeli w grafie każdy wierzchołek ma taką samą i nieparzystą ilość sąsiadów, to liczba wierzchołków musi być parzysta.

7. n -kostką nazywamy graf prosty, w którym wierzchołki to wszystkie różne ciągi bitowe długości n , a między dwoma wierzchołkami występuje krawędź, gdy różnią się 1 bitem.

a) Ile wierzchołków i krawędzi ma n -kostka?

b) Udowodnij, że n -kostka zawiera cykle o długościach $4, 6, 8, \dots, 2^n$.

c) Udowodnij, że wierzchołki n -kostki można podzielić na 2 podzbiory („połowy”), takie, że każda krawędź ma jeden wierzchołek w jednej połowie, a drugą w drugiej.

8. Grafem przyjaźni F_n nazywamy graf złożony z n trójkątów, które wszystkie mają wspólny 1 wierzchołek. Podaj wszystkie cykle F_n .

9. Znajdź ścieżkę zamkniętą lub otwartą, która bez powtórzeń przechodzi przez wszystkie krawędzie, bądź uzasadnij, że to niemożliwe, dla grafów:

