

Symulacje komputerowe, WMat 2023

Lista 3: Metoda akceptacji-odrzućcia

1. **Gęstość potęgowa.** Zaimplementuj generowanie metodą akceptacji odrzućcia dla rozkładów o gęstości $p(x) = C_\alpha x^\alpha, x \in [0, 1]$ zaczynając od rozkładu jednostajnego. (Ile wynosi C_α ?) Sprawdź, jak efektywność symulacji, tj. procent trafionych prób, zależy od α .

2. **Efektywność a przekształcenia rozkładu.** Metodą akceptacji odrzućcia wygeneruj rozkład X o gęstości $p(x) = C \sin(x), x \in [0, \pi/2]$ zaczynając od rozkładu jednostajnego. Jak ta efektywność zmieni się, kiedy zaczniesz od wygenerowania $Y = X^2$ (oblicz jego gęstość), a X uzyskasz jako \sqrt{Y} ?

3. **Rozkłady na półosi.** Zaimplementuj generowanie rozkładu normalnego zaczynając od rozkładu wykładniczego. W pierwszym kroku wygeneruj rozkład półnormalny, tj. $|\mathcal{N}(0, 1)|$. Postaraj się, aby symulacja działała jak najszybciej.

4. **Metoda zigguratu.** Ustal podział nośnika rozkładu na przedziały $\dots, [x_k, x_{k+1}], [x_{k+1}, x_{k+2}], [x_{k+3}, x_{k+4}], \dots$, brzegowe x mogą być nieskończone. Na każdym z nich oblicz maksimum oraz minimum docelowej gęstości $f_i := \min_{x_i \leq x \leq x_{i+1}} f(x), F_i := \max_{x_i \leq x \leq x_{i+1}} f(x)$. Zapisz te wartości w pamięci.

Następnie, przy generowaniu próby metodą akceptacji-odrzućcia, mając wygenerowane $U \sim \mathcal{U}(0, 1)$ oraz $X \sim g$ znajdź przedział, $[x_i, x_{i+1}]$ do którego należy X oraz sprawdź czy:

(a) $UCg(X) > F_i$, w tym wypadku odrzuć X .

(b) $UCg(X) < f_i$, w tym wypadku zaakceptuj X .

Tylko jeżeli ani jeden ani drugi nie jest spełniony sprawdź czy $UCg(X) < f(X)$.

Sprawdź szybkość tego algorytmu w porównaniu do metody akceptacji odrzućcia bez tej korekty. Przetestuj różne podziały nośnika.