Wykład 8 - testowanie hipotez

Statystyka i rachunek prawdopodobieństwa

Piotr Sobczyk
na podstawie wykładu prof. Bogdan

8 grudnia 2014

Przedziały ufności

- Próba $\{x_1, x_2, ..., x_n\}$ z rozkładu normalnego $N(\mu, \sigma)$
- Parametr μ jest nieznany, a chcemy go poznać np. zmiana ciśnienia krwi po podaniu leku
- $P(\bar{x} + t_{n-1,\alpha/2} \cdot s \leqslant \mu \leqslant \bar{x} + t_{n-1,1-\alpha/2} \cdot s) = 1 - \alpha$

Przedziały ufności

- Próba $\{x_1, x_2, ..., x_n\}$ z rozkładu normalnego $N(\mu, \sigma)$
- Parametr μ jest nieznany, a chcemy go poznać np. zmiana ciśnienia krwi po podaniu leku
- $P(\bar{x} + t_{n-1,\alpha/2} \cdot s \leqslant \mu \leqslant \bar{x} + t_{n-1,1-\alpha/2} \cdot s) = 1 - \alpha$

Przedziały ufności

- Próba $\{x_1, x_2, ..., x_n\}$ z rozkładu normalnego $N(\mu, \sigma)$

- Parametr μ jest nieznany, a chcemy go poznać np. zmiana ciśnienia krwi po podaniu leku

- $P(\bar{x} + t_{n-1,\alpha/2} \cdot s \leqslant \mu \leqslant \bar{x} + t_{n-1,1-\alpha/2} \cdot s) = 1 - \alpha$

Testowanie hipotez - analogia z procesem sądowym

- Interesuje nas czy nowy lek jest skuteczny
- Zasada domniemania niewinności - hipoteza zerowa - brak efektu
- Odrzucamy ją tylko wtedy, gdy mamy solidne dowody - kontrola błędu I rodzaju
- Poziom istotności α mówi nam o tym jak silnego dowodu oczekujemy

Testowanie hipotez - analogia z procesem sądowym

- Interesuje nas czy nowy lek jest skuteczny
- Zasada domniemania niewinności - hipoteza zerowa - brak efektu
- Odrzucamy ją tylko wtedy, gdy mamy solidne dowody - kontrola błędu I rodzaju
- Poziom istotności α mówi nam o tym jak silnego dowodu oczekujemy

Testowanie hipotez - analogia z procesem sądowym

- Interesuje nas czy nowy lek jest skuteczny
- Zasada domniemania niewinności - hipoteza zerowa - brak efektu
- Odrzucamy ją tylko wtedy, gdy mamy solidne dowody - kontrola błędu I rodzaju
- Poziom istotności α mówi nam o tym jak silnego dowodu oczekujemy

Testowanie hipotez - analogia z procesem sądowym

- Interesuje nas czy nowy lek jest skuteczny
- Zasada domniemania niewinności - hipoteza zerowa - brak efektu
- Odrzucamy ją tylko wtedy, gdy mamy solidne dowody - kontrola błędu I rodzaju
- Poziom istotności α mówi nam o tym jak silnego dowodu oczekujemy

Test Studenta dla jednej próby

- Weryfikujemy hipotezę na temat średniej
- Interesuje nas czy średnia w populacji jest niezerowa - $H_0 : \mu = 0$
- Obliczamy średnią z próby $\bar{x}$ – jeśli ta liczba jest mała to skłaniamy się do hipotezy zerowej, w przeciwnym przypadku do alternatywnej
- To czy liczba jest duża zależy od rozkładu, z którego pochodzi – obliczamy wartość krytyczną na poziomie α czyli taką liczbę, „od której niełatwo być większym"
- Odrzucamy hipotezę zerową jeśli „dowody są silne" czyli jeżeli wartość statystyki jest większa od wartości krytycznej

Test Studenta dla jednej próby

- Weryfikujemy hipotezę na temat średniej
- Interesuje nas czy średnia w populacji jest niezerowa - $H_0 : \mu = 0$
- Obliczamy średnią z próby $\bar{x}$ – jeśli ta liczba jest mała to skłaniamy się do hipotezy zerowej, w przeciwnym przypadku do alternatywnej
- To czy liczba jest duża zależy od rozkładu, z którego pochodzi – obliczamy wartość krytyczną na poziomie α czyli taką liczbę, „od której niełatwo być większym"
- Odrzucamy hipotezę zerową jeśli „dowody są silne" czyli jeżeli wartość statystyki jest większa od wartości krytycznej

Test Studenta dla jednej próby

- Weryfikujemy hipotezę na temat średniej
- Interesuje nas czy średnia w populacji jest niezerowa - $H_0 : \mu = 0$
- Obliczamy średnią z próby $\bar{x}$ – jeśli ta liczba jest mała to skłaniamy się do hipotezy zerowej, w przeciwnym przypadku do alternatywnej
- To czy liczba jest duża zależy od rozkładu, z którego pochodzi – obliczamy wartość krytyczną na poziomie α czyli taką liczbę, „od której niełatwo być większym"
- Odrzucamy hipotezę zerową jeśli „dowody są silne" czyli jeżeli wartość statystyki jest większa od wartości krytycznej

Test Studenta dla jednej próby

- Weryfikujemy hipotezę na temat średniej
- Interesuje nas czy średnia w populacji jest niezerowa - $H_0 : \mu = 0$
- Obliczamy średnią z próby $\bar{x}$ – jeśli ta liczba jest mała to skłaniamy się do hipotezy zerowej, w przeciwnym przypadku do alternatywnej
- To czy liczba jest duża zależy od rozkładu, z którego pochodzi – obliczamy wartość krytyczną na poziomie α czyli taką liczbę, „od której niełatwo być większym”
- Odrzucamy hipotezę zerową jeśli „dowody są silne” czyli jeżeli wartość statystyki jest większa od wartości krytycznej

Test Studenta dla jednej próby

- Weryfikujemy hipotezę na temat średniej
- Interesuje nas czy średnia w populacji jest niezerowa - $H_0 : \mu = 0$
- Obliczamy średnią z próby $\bar{x}$ – jeśli ta liczba jest mała to skłaniamy się do hipotezy zerowej, w przeciwnym przypadku do alternatywnej
- To czy liczba jest duża zależy od rozkładu, z którego pochodzi – obliczamy wartość krytyczną na poziomie α czyli taką liczbę, „od której niełatwo być większym"
- Odrzucamy hipotezę zerową jeśli „dowody są silne" czyli jeżeli wartość statystyki jest większa od wartości krytycznej

Test Studenta dla jednej próby - intuicje

```r
n <- 25
#losujemy 1000 prób 25 elementowych z rozkładu N(0,1)
proby <- lapply(1:1000, function(i) rnorm(n))
#Liczymy statystyki t (mają one rozkład Studenta z 24 df)
ts <- sapply(proby, function(x) mean(x)/sd(x)*sqrt(n))
alfa <- 0.05
wartosc.krytyczna <- qt(alfa/2, n-1)
sum( ts < wartosc.krytyczna | ts > -wartosc.krytyczna )

## [1] 50
```

Test Studenta dla dwóch prób (kierunkowy)

Zweryfikuj przydatność leku przeciwbolowego.

- Lekarstwo uśmierzające ból zostało przetestowane na grupie 50 kobiet cierpiących na bóle poporodowe
- 25 losowo wybranych kobiet dostało lekarstwo, a pozostałych 25 placebo
- Dla każdej kobiety otrzymano wskaźnik uśmierzenia bólu w oparciu o wyniki cogodzinnego wywiadu
- Zakres wskaźnika: od 0 (ból bez zmian) do 56 (całkowite uśmierzenie bólu na 8 godzin).

zabieg	n	średnia	SD
placebo	25	25.32	12.05
lekarstwo	25	31.96	13.78

Test Studenta dla dwóch prób (kierunkowy)

Zweryfikuj przydatność leku przeciwbolowego.

- Lekarstwo uśmierzające ból zostało przetestowane na grupie 50 kobiet cierpiących na bóle poporodowe
- 25 losowo wybranych kobiet dostało lekarstwo, a pozostałych 25 placebo
- Dla każdej kobiety otrzymano wskaźnik uśmierzenia bólu w oparciu o wyniki cogodzinnego wywiadu
- Zakres wskaźnika: od 0 (ból bez zmian) do 56 (całkowite uśmierzenie bólu na 8 godzin).

zabieg	n	średnia	SD
placebo	25	25.32	12.05
lekarstwo	25	31.96	13.78

Test Studenta dla dwóch prób (kierunkowy)

Zweryfikuj przydatność leku przeciwbolowego.

- Lekarstwo uśmierzające ból zostało przetestowane na grupie 50 kobiet cierpiących na bóle poporodowe
- 25 losowo wybranych kobiet dostało lekarstwo, a pozostałych 25 placebo
- Dla każdej kobiety otrzymano wskaźnik uśmierzenia bólu w oparciu o wyniki cogodzinnego wywiadu
- Zakres wskaźnika: od 0 (ból bez zmian) do 56 (całkowite uśmierzenie bólu na 8 godzin).

zabieg	n	średnia	SD
placebo	25	25.32	12.05
lekarstwo	25	31.96	13.78

Test Studenta dla dwóch prób (kierunkowy)

Zweryfikuj przydatność leku przeciwbolowego.

- Lekarstwo uśmierzające ból zostało przetestowane na grupie 50 kobiet cierpiących na bóle poporodowe
- 25 losowo wybranych kobiet dostało lekarstwo, a pozostałych 25 placebo
- Dla każdej kobiety otrzymano wskaźnik uśmierzenia bólu w oparciu o wyniki cogodzinnego wywiadu
- Zakres wskaźnika: od 0 (ból bez zmian) do 56 (całkowite uśmierzenie bólu na 8 godzin).

zabieg	n	średnia	SD
placebo	25	25.32	12.05
lekarstwo	25	31.96	13.78

Test Studenta dla dwóch prób (kierunkowy)

Zweryfikuj przydatność leku przeciwbolowego.

- Lekarstwo uśmierzające ból zostało przetestowane na grupie 50 kobiet cierpiących na bóle poporodowe
- 25 losowo wybranych kobiet dostało lekarstwo, a pozostałych 25 placebo
- Dla każdej kobiety otrzymano wskaźnik uśmierzenia bólu w oparciu o wyniki cogodzinnego wywiadu
- Zakres wskaźnika: od 0 (ból bez zmian) do 56 (całkowite uśmierzenie bólu na 8 godzin).

zabieg	n	średnia	SD
placebo	25	25.32	12.05
lekarstwo	25	31.96	13.78

Test Studenta dla dwóch prób (kierunkowy)

Zweryfikuj przydatność leku przeciwbolowego.

- Lekarstwo uśmierzające ból zostało przetestowane na grupie 50 kobiet cierpiących na bóle poporodowe
- 25 losowo wybranych kobiet dostało lekarstwo, a pozostałych 25 placebo
- Dla każdej kobiety otrzymano wskaźnik uśmierzenia bólu w oparciu o wyniki cogodzinnego wywiadu
- Zakres wskaźnika: od 0 (ból bez zmian) do 56 (całkowite uśmierzenie bólu na 8 godzin).

zabieg	n	średnia	SD
placebo	25	25.32	12.05
lekarstwo	25	31.96	13.78

Test Studenta dla dwóch prób (kierunkowy)

Zweryfikuj przydatność leku przeciwbolowego.

- Lekarstwo uśmierzające ból zostało przetestowane na grupie 50 kobiet cierpiących na bóle poporodowe
- 25 losowo wybranych kobiet dostało lekarstwo, a pozostałych 25 placebo
- Dla każdej kobiety otrzymano wskaźnik uśmierzenia bólu w oparciu o wyniki cogodzinnego wywiadu
- Zakres wskaźnika: od 0 (ból bez zmian) do 56 (całkowite uśmierzenie bólu na 8 godzin).

zabieg	n	średnia	SD
placebo	25	25.32	12.05
lekarstwo	25	31.96	13.78

Przykład

- Wielkość każdej próby $n = 25$
- Średnie dla leku i placebo odpowiednio μ_1, μ_2
- Nasza alternatywa to $H_A : \mu 1 > \mu 2$
- Korzystamy ze wzoru na nieuśrednione SE
- $SE = \sqrt{SE_1^2 + SE_2^2}$, gdzie $SE_i = \frac{s_i}{\sqrt{n_i}}$
- $df = \frac{(SE_1^2 + SE_2^2)^2}{\frac{SE_1^4}{n_1 - 1} + \frac{SE_2^4}{n_2 - 1}}$

Przykład

- Wielkość każdej próby $n = 25$
- Średnie dla leku i placebo odpowiednio μ_1, μ_2
- Nasza alternatywa to $H_A : \mu 1 > \mu 2$
- Korzystamy ze wzoru na nieuśrednione SE
- $SE = \sqrt{SE_1^2 + SE_2^2}$, gdzie $SE_i = \frac{s_i}{\sqrt{n_i}}$
- $df = \dfrac{(SE_1^2 + SE_2^2)^2}{\frac{SE_1^4}{n_1 - 1} + \frac{SE_2^4}{n_2 - 1}}$

Przykład

- Wielkość każdej próby $n = 25$
- Średnie dla leku i placebo odpowiednio μ_1, μ_2
- Nasza alternatywa to $H_A : \mu 1 > \mu 2$
- Korzystamy ze wzoru na nieuśrednione SE
- $SE = \sqrt{SE_1^2 + SE_2^2}$, gdzie $SE_i = \frac{s_i}{\sqrt{n_i}}$
- $df = \dfrac{(SE_1^2 + SE_2^2)^2}{\frac{SE_1^4}{n_1 - 1} + \frac{SE_2^4}{n_2 - 1}}$

Przykład

- Wielkość każdej próby $n = 25$
- Średnie dla leku i placebo odpowiednio μ_1, μ_2
- Nasza alternatywa to $H_A : \mu 1 > \mu 2$
- Korzystamy ze wzoru na nieuśrednione SE
- $SE = \sqrt{SE_1^2 + SE_2^2}$, gdzie $SE_i = \frac{s_i}{\sqrt{n_i}}$
- $df = \frac{(SE_1^2 + SE_2^2)^2}{\frac{SE_1^4}{n_1 - 1} + \frac{SE_2^4}{n_2 - 1}}$

Przykład

- Wielkość każdej próby $n = 25$
- Średnie dla leku i placebo odpowiednio μ_1, μ_2
- Nasza alternatywa to $H_A : \mu 1 > \mu 2$
- Korzystamy ze wzoru na nieuśrednione SE
- $SE = \sqrt{SE_1^2 + SE_2^2}$, gdzie $SE_i = \frac{s_i}{\sqrt{n_i}}$
- $df = \frac{(SE_1^2 + SE_2^2)^2}{\frac{SE_1^4}{n_1-1} + \frac{SE_2^4}{n_2-1}}$

Przykład

- Wielkość każdej próby $n = 25$
- Średnie dla leku i placebo odpowiednio μ_1, μ_2
- Nasza alternatywa to $H_A : \mu 1 > \mu 2$
- Korzystamy ze wzoru na nieuśrednione SE
- $SE = \sqrt{SE_1^2 + SE_2^2}$, gdzie $SE_i = \frac{s_i}{\sqrt{n_i}}$
- $df = \dfrac{(SE_1^2 + SE_2^2)^2}{\frac{SE_1^4}{n_1 - 1} + \frac{SE_2^4}{n_2 - 1}}$

Przykład cd.

```
  n <- 25
  mu1 <- 31.96
  mu2 <- 25.32
  mu1-mu2

## [1] 6.64

  sd1 <- 13.78
  sd2 <- 12.05
  SE1 <- sd1/sqrt(n)
  SE2 <- sd2/sqrt(n)
  #nieuśredniony SE (uśredniony jest identyczny - dlaczego?)
  SE <- sqrt(SE1^2+SE2^2)
  SE

## [1] 3.661098
```

Przykład cd.

- Obliczamy statystykę testową $ts = \frac{\mu_1 - \mu_2}{SE}$
- Gdyby prawdziwa była hipoteza zerowa to ts ma rozkład Studenta z $2 \cdot n - 2$ stopniami swobody
- Z tablic odczytujemy wartość krytyczną czyli kwantyl z rozkładu Studenta o 48 stopniach swobody
- Dla testu dwustronnego było to $t_{df,\alpha/2}$ i $t_{df,1-\alpha/2}$
- Dla naszego testu jednostronnego jest to $t_{df,1-\alpha}$
- Odrzucamy hipotezę zerową gdy ts jest większe od wartości krytycznej

Przykład cd.

- Obliczamy statystykę testową $ts = \frac{\mu_1 - \mu_2}{SE}$
- Gdyby prawdziwa była hipoteza zerowa to ts ma rozkład Studenta z $2 \cdot n - 2$ stopniami swobody
- Z tablic odczytujemy wartość krytyczną czyli kwantyl z rozkładu Studenta o 48 stopniach swobody
- Dla testu dwustronnego było to $t_{df,\alpha/2}$ i $t_{df,1-\alpha/2}$
- Dla naszego testu jednostronnego jest to $t_{df,1-\alpha}$
- Odrzucamy hipotezę zerową gdy ts jest większe od wartości krytycznej

Przykład cd.

- Obliczamy statystykę testową $ts = \frac{\mu_1 - \mu_2}{SE}$
- Gdyby prawdziwa była hipoteza zerowa to ts ma rozkład Studenta z $2 \cdot n - 2$ stopniami swobody
- Z tablic odczytujemy wartość krytyczną czyli kwantyl z rozkładu Studenta o 48 stopniach swobody
- Dla testu dwustronnego było to $t_{df,\alpha/2}$ i $t_{df,1-\alpha/2}$
- Dla naszego testu jednostronnego jest to $t_{df,1-\alpha}$
- Odrzucamy hipotezę zerową gdy ts jest większe od wartości krytycznej

Przykład cd.

- Obliczamy statystykę testową $ts = \frac{\mu_1 - \mu_2}{SE}$
- Gdyby prawdziwa była hipoteza zerowa to ts ma rozkład Studenta z $2 \cdot n - 2$ stopniami swobody
- Z tablic odczytujemy wartość krytyczną czyli kwantyl z rozkładu Studenta o 48 stopniach swobody
- Dla testu dwustronnego było to $t_{df,\alpha/2}$ i $t_{df,1-\alpha/2}$
- Dla naszego testu jednostronnego jest to $t_{df,1-\alpha}$
- Odrzucamy hipotezę zerową gdy ts jest większe od wartości krytycznej

Przykład cd.

- Obliczamy statystykę testową $ts = \frac{\mu_1 - \mu_2}{SE}$
- Gdyby prawdziwa była hipoteza zerowa to ts ma rozkład Studenta z $2 \cdot n - 2$ stopniami swobody
- Z tablic odczytujemy wartość krytyczną czyli kwantyl z rozkładu Studenta o 48 stopniach swobody
- Dla testu dwustronnego było to $t_{df,\alpha/2}$ i $t_{df,1-\alpha/2}$
- Dla naszego testu jednostronnego jest to $t_{df,1-\alpha}$
- Odrzucamy hipotezę zerową gdy ts jest większe od wartości krytycznej

Przykład cd.

- Obliczamy statystykę testową $ts = \frac{\mu_1 - \mu_2}{SE}$
- Gdyby prawdziwa była hipoteza zerowa to ts ma rozkład Studenta z $2 \cdot n - 2$ stopniami swobody
- Z tablic odczytujemy wartość krytyczną czyli kwantyl z rozkładu Studenta o 48 stopniach swobody
- Dla testu dwustronnego było to $t_{df,\alpha/2}$ i $t_{df,1-\alpha/2}$
- Dla naszego testu jednostronnego jest to $t_{df,1-\alpha}$
- Odrzucamy hipotezę zerową gdy ts jest większe od wartości krytycznej

Przykład cd.

```
stopnie.swobody <- floor((SE1^2 + SE2^2)^2/(SE1^4/(n -
    1) + SE2^4/(n - 1)))
ts <- (mu1 - mu2)/SE
ts

## [1] 1.813664

alfa <- 0.05
# wartość krytyczna
qt(1 - alfa, df = stopnie.swobody)

## [1] 1.677927
```

Hipotezę zerową odrzucamy na poziomie istotności 0.05

P-wartość wprowadzenie

- Przed przystąpieniem do testowania należy wybrać poziom istotności α
- Odrzucamy H_0, gdy statystyka testowa jest **istotna, tzn. znajdzie się w obszarze odrzuceń**
- Ten obszar to zbiór wartości w „ogonie/ogonach" rozkładu Studenta taki, że całka z gęstości rozkładu Studenta po tym zbiorze wynosi α
- Nieco paradoksalnie, może się zdarzyć, że hipoteza odrzucona na poziomie istotności $\alpha = 0.05$ nie będzie odrzucona, jeżeli użyjemy $\alpha = 0.01$

P-wartość wprowadzenie

- Przed przystąpieniem do testowania należy wybrać poziom istotności α
- Odrzucamy H_0, gdy statystyka testowa jest **istotna, tzn. znajdzie się w obszarze odrzuceń**
- Ten obszar to zbiór wartości w „ogonie/ogonach” rozkładu Studenta taki, że całka z gęstości rozkładu Studenta po tym zbiorze wynosi α
- Nieco paradoksalnie, może się zdarzyć, że hipoteza odrzucona na poziomie istotności $\alpha = 0.05$ nie będzie odrzucona, jeżeli użyjemy $\alpha = 0.01$

P-wartość wprowadzenie

- Przed przystąpieniem do testowania należy wybrać poziom istotności α
- Odrzucamy H_0, gdy statystyka testowa jest **istotna, tzn. znajdzie się w obszarze odrzuceń**
- Ten obszar to zbiór wartości w „ogonie/ogonach” rozkładu Studenta taki, że całka z gęstości rozkładu Studenta po tym zbiorze wynosi α
- Nieco paradoksalnie, może się zdarzyć, że hipoteza odrzucona na poziomie istotności $\alpha = 0.05$ nie będzie odrzucona, jeżeli użyjemy $\alpha = 0.01$

P-wartość wprowadzenie

- Przed przystąpieniem do testowania należy wybrać poziom istotności α
- Odrzucamy H_0, gdy statystyka testowa jest **istotna, tzn. znajdzie się w obszarze odrzuceń**
- Ten obszar to zbiór wartości w „ogonie/ogonach" rozkładu Studenta taki, że całka z gęstości rozkładu Studenta po tym zbiorze wynosi α
- Nieco paradoksalnie, może się zdarzyć, że hipoteza odrzucona na poziomie istotności $\alpha = 0.05$ nie będzie odrzucona, jeżeli użyjemy $\alpha = 0.01$

Przykład

- Mściwój stosuje dwustronny test Studenta z 18 df na poziomie istotności $\alpha = 0.05$ Wart. kryt. $= 2.101$
- Statystyka testowa wyliczona w oparciu o dane wynosi ts$= 2.3$
- Jaki jest wniosek?
- Patrycja woli użyć $\alpha = 0.01$, która daje wartość krytyczną 2.878
- Ile wynosi ts dla Patrycji? Jaki jest jej wniosek?
- Jak uzgodnić wynik testowania z kimś, kto użył innej wartości α?

Przykład

- Mściwój stosuje dwustronny test Studenta z 18 df na poziomie istotności $\alpha = 0.05$ Wart. kryt. $= 2.101$
- Statystyka testowa wyliczona w oparciu o dane wynosi ts$= 2.3$
- Jaki jest wniosek?
- Patrycja woli użyć $\alpha = 0.01$, która daje wartość krytyczną 2.878
- Ile wynosi ts dla Patrycji? Jaki jest jej wniosek?
- Jak uzgodnić wynik testowania z kimś, kto użył innej wartości α?

Przykład

- Mściwój stosuje dwustronny test Studenta z 18 df na poziomie istotności $\alpha = 0.05$ Wart. kryt. $= 2.101$
- Statystyka testowa wyliczona w oparciu o dane wynosi ts$= 2.3$
- Jaki jest wniosek?
- Patrycja woli użyć $\alpha = 0.01$, która daje wartość krytyczną 2.878
- Ile wynosi ts dla Patrycji? Jaki jest jej wniosek?
- Jak uzgodnić wynik testowania z kimś, kto użył innej wartości α?

Przykład

- Mściwój stosuje dwustronny test Studenta z 18 df na poziomie istotności $\alpha = 0.05$ Wart. kryt. $= 2.101$
- Statystyka testowa wyliczona w oparciu o dane wynosi ts$= 2.3$
- Jaki jest wniosek?
- Patrycja woli użyć $\alpha = 0.01$, która daje wartość krytyczną 2.878
- Ile wynosi ts dla Patrycji? Jaki jest jej wniosek?
- Jak uzgodnić wynik testowania z kimś, kto użył innej wartości α?

Przykład

- Mściwój stosuje dwustronny test Studenta z 18 df na poziomie istotności $\alpha = 0.05$ Wart. kryt. $= 2.101$
- Statystyka testowa wyliczona w oparciu o dane wynosi ts$= 2.3$
- Jaki jest wniosek?
- Patrycja woli użyć $\alpha = 0.01$, która daje wartość krytyczną 2.878
- Ile wynosi ts dla Patrycji? Jaki jest jej wniosek?
- Jak uzgodnić wynik testowania z kimś, kto użył innej wartości α?

Przykład

- Mściwój stosuje dwustronny test Studenta z 18 df na poziomie istotności $\alpha = 0.05$ Wart. kryt. $= 2.101$
- Statystyka testowa wyliczona w oparciu o dane wynosi ts$= 2.3$
- Jaki jest wniosek?
- Patrycja woli użyć $\alpha = 0.01$, która daje wartość krytyczną 2.878
- Ile wynosi ts dla Patrycji? Jaki jest jej wniosek?
- Jak uzgodnić wynik testowania z kimś, kto użył innej wartości α?

Przykład – podsumowanie

- Czego potrzeba, aby podjąć decyzję statystyczną?
  - Tablicy rozkładu Studenta, aby ustalić wartość krytyczną – to jest element niezależny od danych
  - Wartości statystyki testowej ts – zależne od danych, obliczone na podstawie próby
- Czy Patrycja mogłaby uniknąć wyszukiwania nowej wartości krytycznej?
- Tak. Wystarczy znać tzw. P-wartość dla naszej statystyki/danych. P-wartości umożliwia podjęcie decyzji przy każdym poziomie istotności α bez wyszukiwania wartości krytycznych

Przykład – podsumowanie

- Czego potrzeba, aby podjąć decyzję statystyczną?
  - Tablicy rozkładu Studenta, aby ustalić wartość krytyczną – to jest element niezależny od danych
  - Wartości statystyki testowej ts – zależne od danych, obliczone na podstawie próby
- Czy Patrycja mogłaby uniknąć wyszukiwania nowej wartości krytycznej?
- Tak. Wystarczy znać tzw. P-wartość dla naszej statystyki/danych. P-wartości umożliwia podjęcie decyzji przy każdym poziomie istotności α bez wyszukiwania wartości krytycznych

Przykład – podsumowanie

- Czego potrzeba, aby podjąć decyzję statystyczną?
  - Tablicy rozkładu Studenta, aby ustalić wartość krytyczną – to jest element niezależny od danych
  - Wartości statystyki testowej ts – zależne od danych, obliczone na podstawie próby
- Czy Patrycja mogłaby uniknąć wyszukiwania nowej wartości krytycznej?
- Tak. Wystarczy znać tzw. P-wartość dla naszej statystyki/danych. P-wartości umożliwia podjęcie decyzji przy każdym poziomie istotności α bez wyszukiwania wartości krytycznych

Przykład – podsumowanie

- Czego potrzeba, aby podjąć decyzję statystyczną?
  - Tablicy rozkładu Studenta, aby ustalić wartość krytyczną – to jest element niezależny od danych
  - Wartości statystyki testowej ts – zależne od danych, obliczone na podstawie próby
- Czy Patrycja mogłaby uniknąć wyszukiwania nowej wartości krytycznej?
- Tak. Wystarczy znać tzw. P-wartość dla naszej statystyki/danych. P-wartości umożliwia podjęcie decyzji przy każdym poziomie istotności α bez wyszukiwania wartości krytycznych

Przykład – podsumowanie

- Czego potrzeba, aby podjąć decyzję statystyczną?
    - Tablicy rozkładu Studenta, aby ustalić wartość krytyczną – to jest element niezależny od danych
    - Wartości statystyki testowej ts – zależne od danych, obliczone na podstawie próby
- Czy Patrycja mogłaby uniknąć wyszukiwania nowej wartości krytycznej?
- Tak. Wystarczy znać tzw. P-wartość dla naszej statystyki/danych. P-wartości umożliwia podjęcie decyzji przy każdym poziomie istotności α bez wyszukiwania wartości krytycznych

P-wartość – definicja

Definicja

P-wartość to prawdopodobieństwo, że przy prawdziwej hipotezie zerowej wartość statystyki przyjmie wartość bardziej ekstremalną, niż zaobserwowana w danej próbie

- Dla dwustronnego testu Studenta P-wartość to całka z gęstości rozkładu Studenta na prawo od $+|ts|$ i na lewo od $-|ts|$

$$\int_{-\infty}^{-|ts|} f(x)dx + \int_{|ts|}^{-\infty} f(x)dx$$

- Dla testów jednostronnych P-wartość to całka po jednej stronie zaobserwowanej statystyki w kierunku wyspecyfikowanym przez alternatywę
  - Przy $H_A : \mu_1 > \mu 2$ P-wartość to całka na prawo od ts
  - Przy $H_A : \mu_1 < \mu 2$ P-wartość to całka na lewo od ts

P-wartość – definicja

Definicja

P-wartość to prawdopodobieństwo, że przy prawdziwej hipotezie zerowej wartość statystyki przyjmie wartość bardziej ekstremalną, niż zaobserwowana w danej próbie

- Dla dwustronnego testu Studenta P-wartość to całka z gęstości rozkładu Studenta na prawo od $+|ts|$ i na lewo od $-|ts|$

$$\int_{-\infty}^{-|ts|} f(x)dx + \int_{|ts|}^{-\infty} f(x)dx$$

- Dla testów jednostronnych P-wartość to całka po jednej stronie zaobserwowanej statystyki w kierunku wyspecyfikowanym przez alternatywę
  - Przy $H_A : \mu_1 > \mu 2$ P-wartość to całka na prawo od ts
  - Przy $H_A : \mu_1 < \mu 2$ P-wartość to całka na lewo od ts

P-wartość – definicja

Definicja

P-wartość to prawdopodobieństwo, że przy prawdziwej hipotezie zerowej wartość statystyki przyjmie wartość bardziej ekstremalną, niż zaobserwowana w danej próbie

- Dla dwustronnego testu Studenta P-wartość to całka z gęstości rozkładu Studenta na prawo od $+|ts|$ i na lewo od $-|ts|$

$$\int_{-\infty}^{-|ts|} f(x)dx + \int_{|ts|}^{-\infty} f(x)dx$$

- Dla testów jednostronnych P-wartość to całka po jednej stronie zaobserwowanej statystyki w kierunku wyspecyfikowanym przez alternatywę
  - Przy $H_A : \mu_1 > \mu 2$ P-wartość to całka na prawo od ts
  - Przy $H_A : \mu_1 < \mu 2$ P-wartość to całka na lewo od ts

P-wartość – definicja

Definicja

P-wartość to prawdopodobieństwo, że przy prawdziwej hipotezie zerowej wartość statystyki przyjmie wartość bardziej ekstremalną, niż zaobserwowana w danej próbie

- Dla dwustronnego testu Studenta P-wartość to całka z gęstości rozkładu Studenta na prawo od $+|ts|$ i na lewo od $-|ts|$

$$\int_{-\infty}^{-|ts|} f(x)dx + \int_{|ts|}^{-\infty} f(x)dx$$

- Dla testów jednostronnych P-wartość to całka po jednej stronie zaobserwowanej statystyki w kierunku wyspecyfikowanym przez alternatywę
  - Przy $H_A : \mu_1 > \mu 2$ P-wartość to całka na prawo od ts
  - Przy $H_A : \mu_1 < \mu 2$ P-wartość to całka na lewo od ts

P-wartość – definicja

Definicja

P-wartość to prawdopodobieństwo, że przy prawdziwej hipotezie zerowej wartość statystyki przyjmie wartość bardziej ekstremalną, niż zaobserwowana w danej próbie

- Dla dwustronnego testu Studenta P-wartość to całka z gęstości rozkładu Studenta na prawo od $+|ts|$ i na lewo od $-|ts|$

$$\int_{-\infty}^{-|ts|} f(x)dx + \int_{|ts|}^{-\infty} f(x)dx$$

- Dla testów jednostronnych P-wartość to całka po jednej stronie zaobserwowanej statystyki w kierunku wyspecyfikowanym przez alternatywę
  - Przy $H_A : \mu_1 > \mu 2$ P-wartość to całka na prawo od ts
  - Przy $H_A : \mu_1 < \mu 2$ P-wartość to całka na lewo od ts

Przykład – cd.

- Przy 18 df i ts $= 2.3$, P-wartość dla testu dwustronnego wynosi 0.034
- Jest to całka z gęstości rozkładu Studenta na prawo od $+2.3$ i na lewo od -2.3
- P-wartość porównujemy z poziomem istotności α

Przykład – cd.

- Przy 18 df i ts $= 2.3$, P-wartość dla testu dwustronnego wynosi 0.034
- Jest to całka z gęstości rozkładu Studenta na prawo od $+2.3$ i na lewo od -2.3
- P-wartość porównujemy z poziomem istotności α

Przykład – cd.

- Przy 18 df i ts $= 2.3$, P-wartość dla testu dwustronnego wynosi 0.034
- Jest to całka z gęstości rozkładu Studenta na prawo od $+2.3$ i na lewo od -2.3
- P-wartość porównujemy z poziomem istotności α

Przykład – cd.

- Jeśli Patrycja zna p-wartość równą 0.34 to od razu wie, że na poziomie istotności $\alpha = 0.01$ hipotezy nie odrzucimy

- Za to na poziomie 0.05 hipotezę odrzucamy

- Przy opisywaniu wyników testu warto również podać P-wartość np. *„To badanie na poziomie istotności 0.05 potwierdza (P-wartość=0.034), że..."*

Przykład – cd.

- Jeśli Patrycja zna p-wartość równą 0.34 to od razu wie, że na poziomie istotności $\alpha = 0.01$ hipotezy nie odrzucimy
- Za to na poziomie 0.05 hipotezę odrzucamy
- Przy opisywaniu wyników testu warto również podać P-wartość np. *„To badanie na poziomie istotności 0.05 potwierdza (P-wartość=0.034), że..."*

Przykład – cd.

- Jeśli Patrycja zna p-wartość równą 0.34 to od razu wie, że na poziomie istotności $\alpha = 0.01$ hipotezy nie odrzucimy
- Za to na poziomie 0.05 hipotezę odrzucamy
- Przy opisywaniu wyników testu warto również podać P-wartość np. *„To badanie na poziomie istotności 0.05 potwierdza (P-wartość=0.034), że..."*

Szacowanie P-wartości

- P-wartość można obliczyć przy pomocy komputera
- P-wartość można także oszacować w przybliżeniu korzystając z tablic rozkładu Studenta. W tym wypadku należy znaleźć wartości krytyczne sąsiadujące z zaobserwowaną wartością statystyki
- Szukana P-wartość leży pomiędzy poziomami istotności odpowiadającymi tym wartościom krytycznym.

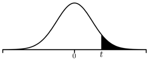
Szacowanie P-wartości

- P-wartość można obliczyć przy pomocy komputera
- P-wartość można także oszacować w przybliżeniu korzystając z tablic rozkładu Studenta. W tym wypadku należy znaleźć wartości krytyczne sąsiadujące z zaobserwowaną wartością statystyki
- Szukana P-wartość leży pomiędzy poziomami istotności odpowiadającymi tym wartościom krytycznym.

Szacowanie P-wartości

- P-wartość można obliczyć przy pomocy komputera
- P-wartość można także oszacować w przybliżeniu korzystając z tablic rozkładu Studenta. W tym wypadku należy znaleźć wartości krytyczne sąsiadujące z zaobserwowaną wartością statystyki
- Szukana P-wartość leży pomiędzy poziomami istotności odpowiadającymi tym wartościom krytycznym.

Szacowanie P-wartości



Critical Values for Student's t-Distribution.

df	Upper Tail Probability: $\Pr(T > t)$									
	0.2	0.1	0.05	0.04	0.03	0.025	0.02	0.01	0.005	0.0005
1	1.376	3.078	6.314	7.916	10.579	12.706	15.895	31.821	63.657	636.619
2	1.061	1.886	2.920	3.320	3.896	4.303	4.849	6.965	9.925	31.599
3	0.978	1.638	2.353	2.605	2.951	3.182	3.482	4.541	5.841	12.924
4	0.941	1.533	2.132	2.333	2.601	2.776	2.999	3.747	4.604	8.610
5	0.920	1.476	2.015	2.191	2.422	2.571	2.757	3.365	4.032	6.869
6	0.906	1.440	1.943	2.104	2.313	2.447	2.612	3.143	3.707	5.959
7	0.896	1.415	1.895	2.046	2.241	2.365	2.517	2.998	3.499	5.408
8	0.889	1.397	1.860	2.004	2.189	2.306	2.449	2.896	3.355	5.041
9	0.883	1.383	1.833	1.973	2.150	2.262	2.398	2.821	3.250	4.781
10	0.879	1.372	1.812	1.948	2.120	2.228	2.359	2.764	3.169	4.587
11	0.876	1.363	1.796	1.928	2.096	2.201	2.328	2.718	3.106	4.437
12	0.873	1.356	1.782	1.912	2.076	2.179	2.303	2.681	3.055	4.318
13	0.870	1.350	1.771	1.899	2.060	2.160	2.282	2.650	3.012	4.221
14	0.868	1.345	1.761	1.887	2.046	2.145	2.264	2.624	2.977	4.140
15	0.866	1.341	1.753	1.878	2.034	2.131	2.249	2.602	2.947	4.073
16	0.865	1.337	1.746	1.869	2.024	2.120	2.235	2.583	2.921	4.015
17	0.863	1.333	1.740	1.862	2.015	2.110	2.224	2.567	2.898	3.965
18	0.862	1.330	1.734	1.855	2.007	2.101	2.214	2.552	2.878	3.922
19	0.861	1.328	1.729	1.850	2.000	2.093	2.205	2.539	2.861	3.883
20	0.860	1.325	1.725	1.844	1.994	2.086	2.197	2.528	2.845	3.850
21	0.859	1.323	1.721	1.840	1.988	2.080	2.189	2.518	2.831	3.819
22	0.858	1.321	1.717	1.835	1.983	2.074	2.183	2.508	2.819	3.792
23	0.858	1.319	1.714	1.832	1.978	2.069	2.177	2.500	2.807	3.768
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]

Przykład cd.

- Oszacuj p-wartość dla dwustronnego testu Studenta, jeżeli wartość statystyki testowej wynosi 2.3, a liczba stopni swobody df=18
- 2.3 jest w $\frac{1}{3}$ odległości między kwantylami 0.02 i 0.01. Stąd szacujemy 0.017, które trzeba pomnożyć przez 2 (dwustronny test). Ostatecznie otrzymujemy 0.034
- ```
  pt(-2.3, df = 18) + 1-pt(2.3, df = 18)
  ```
  ```
  ## [1] 0.03362815
  ```
  ```

Przykład cd.

- Oszacuj p-wartość dla dwustronnego testu Studenta, jeżeli wartość statystyki testowej wynosi 2.3, a liczba stopni swobody df=18
- 2.3 jest w $\frac{1}{3}$ odległości między kwantylami 0.02 i 0.01. Stąd szacujemy 0.017, które trzeba pomnożyć przez 2 (dwustronny test). Ostatecznie otrzymujemy 0.034
- ```
  pt(-2.3, df = 18) + 1-pt(2.3, df = 18)
  ## [1] 0.03362815
  ```
  ```

Przykład cd.

- Oszacuj p-wartość dla dwustronnego testu Studenta, jeżeli wartość statystyki testowej wynosi 2.3, a liczba stopni swobody df=18
- 2.3 jest w $\frac{1}{3}$ odległości między kwantylami 0.02 i 0.01. Stąd szacujemy 0.017, które trzeba pomnożyć przez 2 (dwustronny test). Ostatecznie otrzymujemy 0.034
- ```
  pt(-2.3, df = 18) + 1-pt(2.3, df = 18)

  ## [1] 0.03362815
  ```
  ```

Szacowanie P-wartości

Testy Studenta	Hipoteza Zerowa	Hipoteza alternatywna: dwustronne		Hipoteza alternatywna: jednostronne		df	t_s	(1-α) PU
	H_0	H_A	Obszar Kryt.	H_A	Obszar Kryt.			
Jedna Próba	$\mu = \mu_0$	$\mu \neq \mu_0$	$t_s < -t_{\alpha/2}$ $t_s > t_{\alpha/2}$	$\mu < \mu_0$	$t_s < -t_\alpha$	n-1	$\frac{\bar{y} - \mu_0}{SE_{\bar{y}}}$	dla μ: $\bar{y} \pm t_{\alpha/2} SE_{\bar{y}}$
				$\mu > \mu_0$	$t_s > t_\alpha$			
Dwie Niezależne Próby	$\mu_1 = \mu_2$	$\mu_1 \neq \mu_2$	$t_s < -t_{\alpha/2}$ $t_s > t_{\alpha/2}$	$\mu_1 < \mu_2$	$t_s < -t_\alpha$	n_1+n_2-2 albo podany wzór	$\frac{\bar{y}_1 - \bar{y}_2}{SE_{\bar{d}}}$	dla μ_1-μ_2: $\bar{y}_1 - \bar{y}_2 \pm t_{\alpha/2} SE_{\bar{y}_1 - \bar{y}_2}$
				$\mu_1 > \mu_2$	$t_s > t_\alpha$			
Dwie Zależne Próby	$\mu_1 = \mu_2$	$\mu_1 \neq \mu_2$	$t_s < -t_{\alpha/2}$ $t_s > t_{\alpha/2}$	$\mu_1 < \mu_2$	$t_s < -t_\alpha$	$n_d - 1$	$\frac{\bar{y}_1 - \bar{y}_2}{SE_{\bar{d}}}$	dla μ_1-μ_2: $\bar{y}_1 - \bar{y}_2 \pm t_{\alpha/2} SE_{\bar{d}}$
				$\mu_1 > \mu_2$	$t_s > t_\alpha$			

Podsumowanie – procedura testowania

- Liczymy pewną statystykę na podstawie danych
- Przy założeniu, że prawdziwa jest hipoteza H_0 sprawdzamy, czy wartość naszej statystyki jest duża czy mała
- Między wartością statystyki a p-wartość istnieje odpowiedniość
- Podejmujemy decyzję czy hipotezę zerową odrzucić

Podsumowanie – procedura testowania

- Liczymy pewną statystykę na podstawie danych
- Przy założeniu, że prawdziwa jest hipoteza H_0 sprawdzamy, czy wartość naszej statystyki jest duża czy mała
- Między wartością statystyki a p-wartość istnieje odpowiedniość
- Podejmujemy decyzję czy hipotezę zerową odrzucić

Podsumowanie – procedura testowania

- Liczymy pewną statystykę na podstawie danych
- Przy założeniu, że prawdziwa jest hipoteza H_0 sprawdzamy, czy wartość naszej statystyki jest duża czy mała
- Między wartością statystyki a p-wartość istnieje odpowiedniość
- Podejmujemy decyzję czy hipotezę zerową odrzucić

Podsumowanie – procedura testowania

- Liczymy pewną statystykę na podstawie danych
- Przy założeniu, że prawdziwa jest hipoteza H_0 sprawdzamy, czy wartość naszej statystyki jest duża czy mała
- Między wartością statystyki a p-wartość istnieje odpowiedniość
- Podejmujemy decyzję czy hipotezę zerową odrzucić

Pułapki związane z testowaniem

- Czy jeśli dostaniemy P-wartość mniejszą niż 0.05 to należy skończyć analizę?

- W zależności od tego co badamy może być wymagany inny poziom istotności

- Zawsze należy zwizualizować dane. Na wynik testu duży wpływ mogą mieć obserwacje odstające

- Nie można szukać w danych hipotez, które udałoby się odrzucić

Pułapki związane z testowaniem

- Czy jeśli dostaniemy P-wartość mniejszą niż 0.05 to należy skończyć analizę?
- W zależności od tego co badamy może być wymagany inny poziom istotności
- Zawsze należy zwizualizować dane. Na wynik testu duży wpływ mogą mieć obserwacje odstające
- Nie można szukać w danych hipotez, które udałoby się odrzucić

Pułapki związane z testowaniem

- Czy jeśli dostaniemy P-wartość mniejszą niż 0.05 to należy skończyć analizę?
- W zależności od tego co badamy może być wymagany inny poziom istotności
- Zawsze należy zwizualizować dane. Na wynik testu duży wpływ mogą mieć obserwacje odstające
- Nie można szukać w danych hipotez, które udałoby się odrzucić

Pułapki związane z testowaniem

- Czy jeśli dostaniemy P-wartość mniejszą niż 0.05 to należy skończyć analizę?
- W zależności od tego co badamy może być wymagany inny poziom istotności
- Zawsze należy zwizualizować dane. Na wynik testu duży wpływ mogą mieć obserwacje odstające
- Nie można szukać w danych hipotez, które udałoby się odrzucić

Czym jest moc?

Moc – definicja

Definicja

Moc testu to prawdopodobieństwo odrzucenia H_0, gdy prawdziwa jest H_A

- Moc można rozumieć jako czułość testu
- Moc $= P(\text{odrzucamy } H_0 | H_A \text{ jest prawdziwa}) = 1 - P(\text{błąd drugiego rodzaju})$
- Czy chcemy żeby test miał dużą moc?

Moc – definicja

Definicja

Moc testu to prawdopodobieństwo odrzucenia H_0, gdy prawdziwa jest H_A

- Moc można rozumieć jako czułość testu
- Moc $= P(\text{odrzucamy } H_0 | H_A \text{ jest prawdziwa}) = 1 - P(\text{błąd drugiego rodzaju})$
- Czy chcemy żeby test miał dużą moc?

Moc – definicja

Definicja

Moc testu to prawdopodobieństwo odrzucenia H_0, gdy prawdziwa jest H_A

- Moc można rozumieć jako czułość testu
- Moc $= P($odrzucamy $H_0 | H_A$ jest prawdziwa$) = 1 - P($błąd drugiego rodzaju$)$
- Czy chcemy żeby test miał dużą moc?

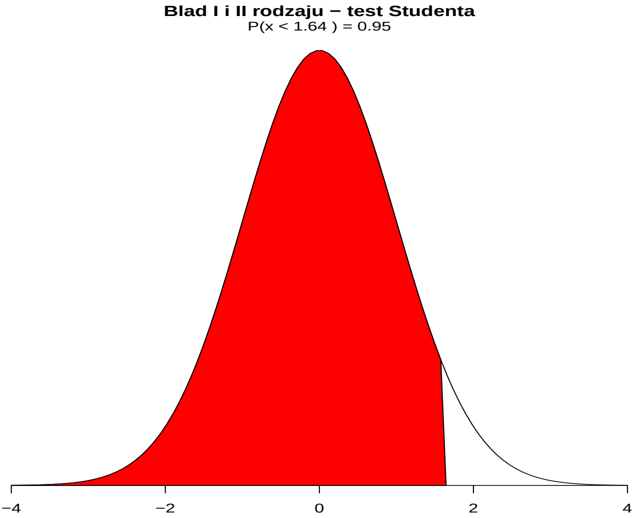
Moc – definicja

Definicja

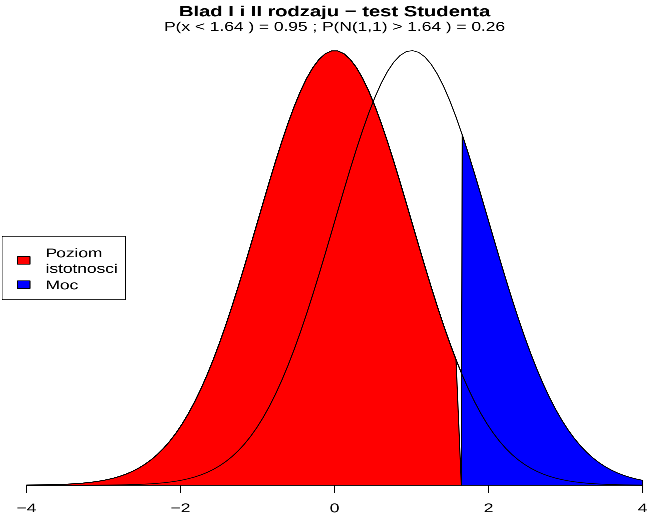
Moc testu to prawdopodobieństwo odrzucenia H_0, gdy prawdziwa jest H_A

- Moc można rozumieć jako czułość testu
- Moc $= P(\text{odrzucamy } H_0|H_A \text{ jest prawdziwa}) = 1 - P(\text{błąd drugiego rodzaju})$
- Czy chcemy żeby test miał dużą moc?

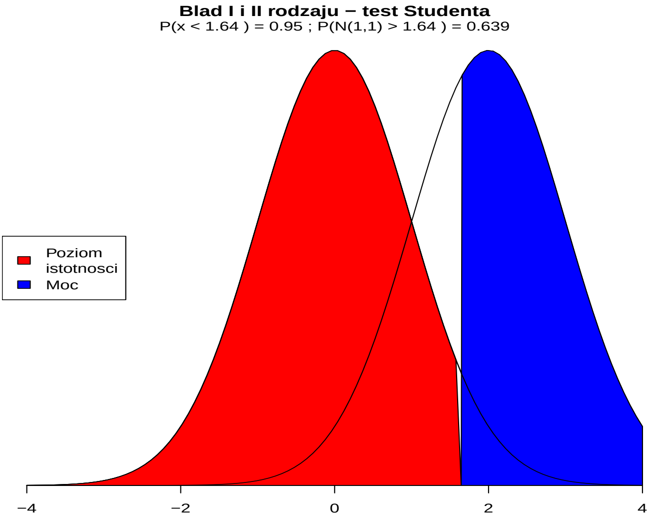
Od czego zależy moc?



Od czego zależy moc?



Od czego zależy moc?



Od czego zależy moc?

- Poziom istotności α
- Odchylenia w populacji σ
- Wielkości próby n
- Różnicy w prawdziwych średnich $\mu_1 - \mu 2$

Od czego zależy moc?

- Poziom istotności α
- Odchylenia w populacji σ
- Wielkości próby *n*
- Różnicy w prawdziwych średnich $\mu_1 - \mu 2$

Od czego zależy moc?

- Poziom istotności α
- Odchylenia w populacji σ
- Wielkości próby n
- Różnicy w prawdziwych średnich $\mu_1 - \mu 2$

Od czego zależy moc?

- Poziom istotności α
- Odchylenia w populacji σ
- Wielkości próby n
- Różnicy w prawdziwych średnich $\mu_1 - \mu 2$

Od czego zależy moc?

- Poziom istotności α
- Odchylenia w populacji σ
- Wielkości próby *n*
- Różnicy w prawdziwych średnich $\mu_1 - \mu 2$

Moc

- Wielkość efektu definiujemy jako $\frac{\text{sygnał}}{\text{szum}} = \frac{\mu_1 - \mu_2}{\sigma}$
- W tabelach dana moc jednostronnego testu Studenta dla dwóch niezależnych prób na poziomie istotności $\alpha = 0.01$ w funkcji rozmiaru próby i wielkości efektu
- Przykład: Aby mieć 90% pewności, że jednostronny test Studenta na poziomie istotności $\alpha = 0.01$ wykryje różnicę między średnimi równą 0.8σ musimy pobrać próby o rozmiarze $n_1 =?$ $n_2 =?$
- Aby oszacować σ, często wykonuje się badania wstępne

Moc

- Wielkość efektu definiujemy jako $\frac{\text{sygnał}}{\text{szum}} = \frac{\mu_1 - \mu_2}{\sigma}$
- W tabelach dana moc jednostronnego testu Studenta dla dwóch niezależnych prób na poziomie istotności $\alpha = 0.01$ w funkcji rozmiaru próby i wielkości efektu
- Przykład: Aby mieć 90% pewności, że jednostronny test Studenta na poziomie istotności $\alpha = 0.01$ wykryje różnicę między średnimi równą 0.8σ musimy pobrać próby o rozmiarze $n_1 = ?$ $n_2 = ?$
- Aby oszacować σ, często wykonuje się badania wstępne

Moc

- Wielkość efektu definiujemy jako $\frac{\text{sygnał}}{\text{szum}} = \frac{\mu_1 - \mu_2}{\sigma}$

- W tabelach dana moc jednostronnego testu Studenta dla dwóch niezależnych prób na poziomie istotności $\alpha = 0.01$ w funkcji rozmiaru próby i wielkości efektu

- Przykład: Aby mieć 90% pewności, że jednostronny test Studenta na poziomie istotności $\alpha = 0.01$ wykryje różnicę między średnimi równą 0.8σ musimy pobrać próby o rozmiarze $n_1 =?$ $n_2 =?$

- Aby oszacować σ, często wykonuje się badania wstępne

Moc

- Wielkość efektu definiujemy jako $\frac{\text{sygnał}}{\text{szum}} = \frac{\mu_1 - \mu_2}{\sigma}$
- W tabelach dana moc jednostronnego testu Studenta dla dwóch niezależnych prób na poziomie istotności $\alpha = 0.01$ w funkcji rozmiaru próby i wielkości efektu
- Przykład: Aby mieć 90% pewności, że jednostronny test Studenta na poziomie istotności $\alpha = 0.01$ wykryje różnicę między średnimi równą 0.8σ musimy pobrać próby o rozmiarze $n_1 =?$ $n_2 =?$
- Aby oszacować σ, często wykonuje się badania wstępne

Tabela mocy

Moc jednostronnego testu Studenta dla $\mu 1 = \mu 2$ na poziomie istotności α=.01

						d						
n	***dc***	**.10**	**.20**	**.30**	**.40**	**.50**	**.60**	**.70**	**.80**	**1.00**	**1.20**	**1.40**
8	1.31	02	03	04	05	08	12	14	19	30	43	57
9	1.22	02	03	04	06	09	13	16	22	35	49	63
10	1.14	02	03	04	07	10	14	18	25	40	55	70
11	1.08	02	03	05	07	11	15	21	28	45	61	76
12	1.02	02	03	05	08	12	17	23	31	49	66	81
13	.98	02	03	05	08	13	19	26	34	53	71	85
14	.94	02	03	06	09	14	20	28	38	57	75	88
15	.90	02	04	06	10	15	22	31	41	61	79	90
16	.87	02	04	06	10	16	24	34	44	64	82	92
17	.84	02	04	07	11	18	26	36	47	68	85	94
18	.81	02	04	07	12	19	27	38	49	71	87	95
19	.79	02	04	07	13	20	29	40	51	74	89	96
20	.77	02	04	08	13	21	30	42	54	76	91	97
21	.75	02	05	08	14	22	32	44	56	79	93	98
22	.73	02	05	08	15	23	34	46	59	81	94	98
23	.71	02	05	09	15	24	36	48	61	83	95	99
24	.70	02	05	09	16	25	37	50	64	85	95	99

Tabela mocy

Moc jednostronnego testu Studenta dla $\mu1 = \mu2$ na poziomie istotności $\alpha = .01$

		d										
n	***dc***	**.10**	**.20**	**.30**	**.40**	**.50**	**.60**	**.70**	**.80**	**1.00**	**1.20**	**1.40**
25	.68	02	05	10	17	27	39	53	66	87	96	99
26	.67	02	05	10	17	28	41	55	68	89	97	99
27	.65	02	05	10	18	29	42	57	70	90	97	*
28	.64	02	05	11	19	30	44	59	72	91	98	
29	.63	02	06	11	19	31	46	60	74	92	98	
30	.62	03	06	11	20	32	48	62	75	93	99	
31	.61	03	06	12	21	34	50	64	77	94	99	
32	.60	03	06	12	22	35	51	66	79	94	99	
33	.59	03	06	13	22	36	52	67	80	95	99	
34	.58	03	06	13	23	37	53	69	81	95	99	
35	.57	03	07	13	24	38	55	70	83	96	*	
36	.56	03	07	14	25	40	56	72	84	96		
37	.55	03	07	14	26	41	58	73	85	97		
38	.55	03	07	15	26	42	60	75	86	97		
39	.54	03	07	15	27	43	61	76	87	98		
40	.53	03	07	15	28	45	62	78	88	98		
42	.52	03	08	16	30	47	64	80	90	98		
44	.51	03	08	17	31	49	67	82	91	99		
46	.49	03	08	18	33	51	69	83	93	99		
48	.48	03	08	19	34	53	71	85	94	99		

Czas na pytania