

Tabela pochodnych ważniejszych funkcji elementarnych

Podane wzory mają sens tylko dla wartości x z dziedziny danej funkcji. Na przykład dziedzina funkcji potęgowej $f(x) = x^\alpha$ zależy od α : gdy $\alpha = 1, 2, 3, \dots$ jest liczbą naturalną, to dziedziną $f(x)$ jest zbiór wszystkich liczb rzeczywistych \mathbb{R} , gdy $\alpha = -1, -2, \dots$, to dziedziną jest zbiór liczb różnych od zera, a gdy na przykład $\alpha = \frac{1}{2}$, czyli gdy $f(x) = x^{\frac{1}{2}} = \sqrt{x}$, to dziedziną jest zbiór liczb nieujemnych $[0, \infty)$. Więcej informacji o dziedzinach poniższych funkcji będzie podanych na wykładzie.

Nazwa funkcji	Wzór funkcji i wzór jej pochodnej
funkcja stała	$(c)' = 0$
funkcja potęgowa, $\alpha \neq 0$	$(x^\alpha)' = \alpha x^{\alpha-1}$
pierwiastek kwadratowy, tzn. $\alpha = \frac{1}{2}$	$(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$
funkcja wykładnicza, $a > 0, a \neq 1$	$(a^x)' = a^x \ln a$
funkcja wykładnicza o podstawie e	$(e^x)' = e^x$
funkcja logarytmiczna, $a > 0, a \neq 1$	$(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$
logarytm naturalny, tzn. $a = e$	$(\ln x)' = \frac{1}{x}$
sinus	$(\sin x)' = \cos x$
cosinus	$(\cos x)' = -\sin x$
tangens	$(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x} = 1 + \operatorname{tg}^2 x$
cotangens	$(\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x} = -(1 + \operatorname{ctg}^2 x)$
arkus sinus	$(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
arkus cosinus	$(\arccos x)' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
arkus tangens	$(\operatorname{arctg} x)' = \frac{1}{1+x^2}$
arkus cotangens	$(\operatorname{arcctg} x)' = -\frac{1}{1+x^2}$
sinus hiperboliczny	$(\operatorname{sh} x)' = \operatorname{ch} x$
cosinus hiperboliczny	$(\operatorname{ch} x)' = \operatorname{sh} x$

Uwaga: $\operatorname{sh} x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$, $\operatorname{ch} x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$.

Tabela całek nieoznaczonych ważniejszych funkcji elementarnych

Ponieważ całka nieoznaczona jest wyznaczona z dokładnością do stałej, więc każdy z poniższych wzorów zawiera składnik $C \in \mathbb{R}$.

$\int 0 dx = C$	$\int \cos x dx = \sin x + C$
$\int c dx = cx + C$	$\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\operatorname{ctg} x + C$
$\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C, \quad \alpha \neq -1$	$\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \operatorname{tg} x + C$
$\int \frac{dx}{x} = \ln x + C$	$\int \frac{1}{1+x^2} dx = \operatorname{arctg} x + C$
$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C, \quad 0 < a \neq 1$	$\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx = \arcsin x + C$
$\int e^x dx = e^x + C$	$\int \operatorname{sh} x dx = \operatorname{ch} x + C$
$\int \sin x dx = -\cos x + C$	$\int \operatorname{ch} x dx = \operatorname{sh} x + C$