Badania operacyjne

Matematyka Stosowana

6. zestaw zadań

1. Dla systemu kolejkowego $M/M/2/3$:
   (a) Zapisz równania Chapmana-Kołmogorowa.
   (b) Na ich podstawie oblicz rozkład stacjonarny.
   (c) Na podstawie rozkładu stacjonarnego oblicz średni czas oczekiwania w kolejce (włącznie z czasem obsługi) oraz podaj prawdopodobieństwo, że nowo przybyły klient nie zostanie obsłużony.

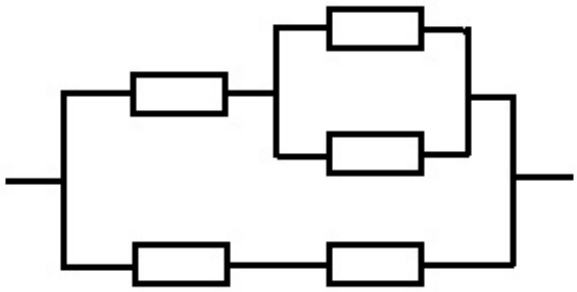
2. Menedżer pewnego małego oddziału banku chce ustalić, ile miejsc siedzących powinien zapewnić bank, żeby klienci czekający w kolejce z prawdopodobieństwem 0.9 oczekiwali siedząc. W banku są dwa okienka do obsługiwania klientów ze wspólną kolejką. Na podstawie obserwacji intensywność napływu klientów λ szacuje na 16 klientów na godzinę, natomiast intensywność obsługi w każdym z okienek μ na 10 klientów na godzinę.

3. Załóżmy, że obserwujesz system kolejkowy $M/M/3$. Stwierdziłeś, że przez 20% czasu w systemie nie ma klientów, a w 50% czasu stoi kolejka (czyli klientów jest co najmniej 4). Jaki jest średni czas oczekiwania w tej kolejce?

4. Oczekiwany czas zdatności urządzenia jest znany i wynosi 10 godzin. Urządzenie to do chwili obecnej bezawaryjnie przepracowało te przepisowe 10 godzin. Ile wynosi oczekiwany pozostały czas życia tego urządzenia, jeżeli intensywność jego uszkodzeń jest stała? Jakie jest prawdopodobieństwo tego, że po upływie następnych 10 godzin będzie dalej sprawne?

5. Rozważmy system, opisujący działanie napędu dużego samolotu z 6 silnikami. Żeby system funkcjonował poprawnie, sprawne musi być co najmniej 2 z trzech silników na każdym skrzydle. Zakładając, że każdy z silników ma wykładniczy rozkład czasu awarii z $\lambda = 0.1$:
   (a) Oblicz funkcję niezawodności całego systemu.
   (b) Na jej podstawie oblicz intensywność awarii. Intensywność awarii pojedynczego silnika była stała. Co można powiedzieć o intensywności dla całego systemu: jest malejąca, rosnąca, stała, a może ma kształt wanny?

6. Rozważ urządzenie składające się z 5 podzespołów jak na schemacie poniżej. Załóżmy, że każdy z



podzespołów jest identyczny (i w związku z tym ma taką samą funkcję niezawodności). Wiadomo, że usuwając dowolny z 5 podzespołów, zachowamy pełną funkcjonalność całego urządzenia. Który powinniśmy usunąć, jeśli chcemy, żeby niezawodność nowego urządzenia była możliwie największa?