

<b>Statystyka stosowana</b> <b>2016/2017</b>
---

## Lista 5

1. Na podstawie informacji uzyskanych w 12 losowo wybranych stacjach meteorologicznych wyznaczono (w dniach) średnią długość okresu wegetacyjnego  $\bar{X} = 231.33$  dnia oraz  $S^2 = 31.44$  dnia. Zakładając, że rozkład badanej cechy jest normalny, zbuduj przedział ufności dla średniej i wariancji długości okresu wegetacyjnego. Przyjmij współczynnik ufności  $\alpha = 0.95$ .
2. Rozważmy problem estymacji średniej w z rozkładu normalnego przy znanej wariancji. Jak duża powinna być długość próby, aby długość przedziału ufności dla średniej była równa  $1/3$  długości przedziału ufności przy próbie długości  $n$ ?
3. Niech  $X_1, \dots, X_n$  będzie próbą pochodzącą z rozkładu normalnego, dla którego średnia  $\mu$  jest nieznana, natomiast wariancja  $\sigma^2$  jest znana. Pokaż, że dla pewnego  $u \in R, [-\infty, \bar{X} + u\sigma/\sqrt{n}]$  jest także przedziałem ufności dla  $\mu$  przy współczynniku ufności  $\alpha$ . Znajdź  $u$ .
4. Wsymuluj próbę z rozkładu normalnego o długości  $n$  z parametrami  $\mu = 2.1$  oraz  $\sigma = 0.2$ . Wyznacz przedział ufności dla  $\mu$  przy współczynniku ufności  $\alpha = 0.98$ . Powtórz te procedurę 1000 razy i sprawdź ile razy teoretyczna wartość  $\mu$  wpada w wyznaczony przedział ufności. Wyniki sprawdź dla  $n = 20, 50$  oraz  $n = 100$ . Rozpatrz przypadki, gdy  $\sigma$  jest znana i nieznana.
5. Niech  $X_1, \dots, X_n, X_{n+1}$  będzie próbą prostą z rozkładu normalnego z nieznaną średnią  $\mu$  oraz znaną wariancją  $\sigma^2$ . Na podstawie próby  $X_1, \dots, X_n$  chcemy skonstruować przedział, zwany przedziałem predykcji, w którym przewidujemy wartość  $X_{n+1}$  z prawdopodobieństwem 0.95.
  - a) Jaki jest rozkład  $X_{n+1} - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$ ?
  - b) Wyznacz teoretyczny przedział ufności dla  $X_{n+1}$  wykorzystując punkt a).
  - c) Dla danych ze strony [www](#) wyznacz przedział predykcji zakładając, że  $\sigma^2 = 20$ .
6. Dla danych ze strony [www](#) wyznacz przedział ufności dla średniej oraz wariancji zakładając, że wektor obserwacji pochodzi z rozkładu normalnego. Przyjmij  $\alpha = 0.95$ .