

Jak powstała Polska Szkoła Matematyczna

Tomasz Żak

Wydział Matematyki, Politechnika Wrocławska

Wrocław, 5 czerwca 2019

Krótkie wyjaśnienie

Terminem „Polska Szkoła Matematyczna” określa się wszystkie wydarzenia związane z rozwojem matematyki w Polsce w dwudziestoleciu między I a II Wojną Światową, czyli w latach 1918–1939.

Zatem nie jest to (i nie była) ani instytucja ani organizacja. Nie można się do takiej „szkoły” zapisać, ale uprawiając matematykę, tzn. prowadząc własne badania i dowodząc nowych twierdzeń, można zostać jej kontynuatorem.

Warto zaglądać do artykułów w czasopismach:

Delta <http://www.deltami.edu.pl>

Wiadomości Matematyczne

<https://wydawnictwa.ptm.org.pl/index.php/wiadomosci-matematyczne>

Kilka nazwisk z odległej przeszłości

Witelo — „filius Thuringorum et Polonorum”, żył w XIII wieku

Perspectiva — traktat o optyce w dziesięciu księgach, studiowany przez da Vinci, Kopernika i Keplera.

Witelo zakłada u czytelnika znajomość *Elementów* Euklidesa i wspomina, że napisał też *Wnioski z Elementów Euklidesa*, księgę zbierającą wszystko, co w geometrii zrobiono po Euklidesie. Niestety zaginęła.

Kilka nazwisk z odległej przeszłości

Wojciech z Brudzewa wykładał matematykę na Uniwersytecie Jagiellońskim w czasie, gdy na uczelnię tę wstąpił Mikołaj Kopernik w 1491 roku.

Kopernik jest autorem dzieła *De lateribus et angulis triangulorum...* tzn. *O bokach i kątach trójkąta* (łaciński tytuł był opisowy, więc dłuższy).

Kilka nazwisk z odległej przeszłości

Jan Śniadecki (1756–1830) (i jego brat Jędrzej) — rektor Uniwersytetu Wileńskiego, autor słów „całka” i „różniczka”

Józef Maria Hoene-Wroński (1778–1853), wychowanek Szkoły Rycerskiej - Korpusu Kadetów (zlikwidowana w 1794 roku)

Wrońskian to wyznacznik złożony z funkcji i ich pochodnych, służy do badania niezależności tych funkcji.

Kilka nazwisk z odległej przeszłości

Adam Adamandy Kochański (1631–1700) profesor matematyki w Moguncji, Florencji, Pradze, a potem nadworny matematyk i bibliotekarz Jana III Sobieskiego, autor przybliżonej kwadratury koła.

Kwadratura koła

Trzy problemy matematyczne ze starożytnej Grecji:

- ▶ Kwadratura koła: Dane jest koło. Za pomocą cyrkla i linijki należy skonstruować kwadrat o polu takim, jak pole koła.
- ▶ Trysekcja kąta: dany kąt podzielić za pomocą cyrkla i linijki na 3 równe części.
- ▶ Podwojenie sześciianu: dany jest sześciian o krawędzi a . Cyrklem i linijką skonstruować krawędź $\sqrt[3]{2} a$.
- ▶ W 1882 F. Lindeman udowodnił, że kwadratura koła jest niemożliwa.
- ▶ W XIX wieku opisano wszystkie kąty, które można podzielić na 3 równe części. Na przykład kąta 60° nie można.
- ▶ Konstrukcja odcinka długości $\sqrt[3]{2}$ nie jest możliwa.
- ▶ Jak wykazać, że czegoś NIE DA się zrobić?
- ▶ Zadanie o szachownicy bez dwóch przeciwległych naroży (czyli 62-polowej). Czy można ją pokryć za pomocą 31 kostek domina, każde o powierzchni dwóch kwadracików szachownicy)?

Polska w XIX wieku

Gdy w Europie (= na świecie) matematyka zaczyna rozwijać się bardzo dynamicznie — reforma Humboldta w Niemczech, Getynga, Paryż, Anglia i Rosja, w Polsce walczy się o wolność, a to najlepiej robić czynem zbrojnym lub słowem, a nie symbolami matematycznymi.

Nie mamy więc w XIX wieku matematyków, mamy za to genialnych poetów.

Pierwsze jaskółki życia naukowego

W roku 1873 powstaje w Krakowie Akademia Umiejętności.

12 lipca 1881 powstaje Kasa im. Józefa Mianowskiego — Fundacja Popierania Nauki (wśród założycieli m.in. B. Prus i H. Sienkiewicz). Szefem Komitetu Zarządzającego został Tytus Chałubiński.

Józef Mianowski — jedyny rektor warszawskiej Szkoły Głównej (1862–1869). Szkołę zlikwidowano w 1869.

Kasa rozpoczęła swoją działalność z kapitałem 6 750 rubli srebrem, tj. nieco ponad 9 100 dolarów północnoamerykańskich według ich ówczesnego kursu.

W 1882 roku Kasa Mianowskiego zaczyna wydawać „Bibliotekę Matematyczno-Fizyczną”, tj. podręczniki matematyczne na różnych poziomach.

Samuel Dickstein (1851–1939)

Samuel Dickstein

- ▶ Studiował w Szkole Głównej
- ▶ Pierwszy wielki organizator matematyki polskiej
- ▶ Założyciel pierwszych w Polsce czasopism matematycznych:
- ▶ od 1888 redagował i wydawał własnym sumptem „Prace Matematyczno-Fizyczne”
- ▶ od 1897 „Wiadomości Matematyczne”
- ▶ gromadzi wielki księgozbiór, który ofiaruje Towarzystwu Naukowemu Warszawskiemu
- ▶ prowadzi własne badania naukowe i historyczne (opracowuje twórczość matematyczną Hoene-Wrońskiego)
- ▶ uczestniczy w organizowaniu instytucji ubezpieczeniowych, kształceniu aktuariuszy, zakładaniu sieci meteorologicznej itd.

Samuel Dickstein (1851–1939)



Pierwsi matematycy polscy, znani w świecie

Na Uniwersytecie Jagiellońskim pod koniec XIX wieku wykładają dwaj najwybitniejsi matematycy polscy tego okresu:

Kazimierz Żorawski (1866–1953) (lub Żórawski), uczeń Sophusa Liego, pisał prace z równań różniczkowych, geometrii różniczkowej, teorii grup, ale część z nich po polsku!

Stanisław Zaremba (1863–1942): doktorat z teorii przewodnictwa cieplnego, na temat postawiony niegdyś przez Paryską Akademię Nauk i tylko częściowo rozstrzygnięty przez B. Riemanna. Jeden z wyników był lepszy od równoległe uzyskanego przez H. Poincarego, co przyniosło Zarembie niezwykłą sławę.

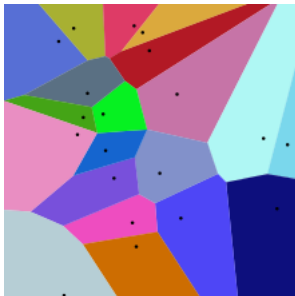
Warszawa

Na carskim UW wykłada Georgi Woronoj (obszary Woronoja).
Pod jego kierunkiem studiuje i w roku 1904 pisze pracę końcową
Wacław Sierpiński (1882–1969).

Dla porównania:

Kazimierz Kuratowski (1896–1980) studiował w latach 1913–1914 w
Glasgow, bo w tych latach bojkotowano carski uniwersytet w Warszawie.

Obszary Woronoja



J. Snow i epidemia cholery w Londynie w 1850 roku.

Wacław Sierpiński (1882–1969)

Po studiach nauczał w roku 1905 w gimnazjum, a po strajku szkolnym musiał wyjechać do Krakowa. W roku 1907 przebywał w Getyndze. W roku 1908 habilitował się na Uniwersytecie Lwowskim i rozpoczął wykłady, m.in. z teorii mnogości.



W roku 1917 przebywa w Moskwie, nawiązuje kontakty z M. Łuzinem.

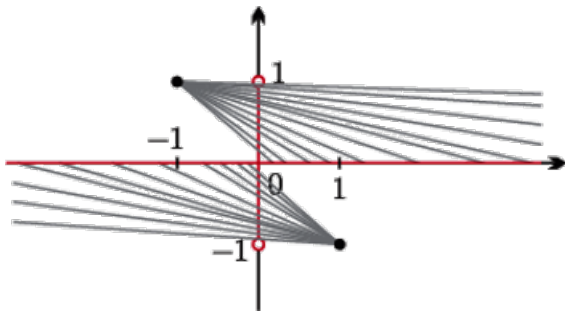
Stan matematyki polskiej w 1911 roku

Gdy w 1911 roku na Zjeździe Przyrodników i Lekarzy w Krakowie spotkali się Józef Puzyna (funkcje analityczne), Wacław Sierpiński (teoria mnogości, topologia), Kazimierz Żorawski (równania różniczkowe) i Stanisław Zaremba (analityczna teoria potencjału), to **nie znaleźli wspólnego matematycznego tematu do rozmowy**.

Dlatego Sierpiński postanowił stworzyć we Lwowie, gdzie w roku 1910 został profesorem, ośrodek badań nad teorią mnogości. Miał już tam ucznia — Stanisława Ruzewicza.

Co to jest Teoria Mnogości

W drugiej połowie XIX wieku matematyk niemiecki Georg Cantor (1845 – 1918) badał paradoksalne własności zbiorów nieskończonych. Zauważył, że **każde dwa odcinki mają tyle samo punktów** (a nawet odcinek i cała prosta)



Co to jest Teoria Mnogości

Cantor odkrył, że

- ▶ są różne rodzaje nieskończoności (nazywamy je **mocami** zbiorów)
- ▶ najmniejszą moc nieskończoną ma zbiór liczb naturalnych \mathbb{N}
- ▶ zbiory \mathbb{N} i \mathbb{Q} (liczb wymiernych) są równoliczne, czyli mają tę samą moc, oznaczaną \aleph_0 (alef zero)
- ▶ zbiór liczb rzeczywistych \mathbb{R} ma moc większą niż zbiór \mathbb{N} , moc \mathbb{R} oznaczamy c i nazywamy mocą **kontinuum**
- ▶ kwadrat ma tyle samo punktów, co odcinek! (czyli te zbiory są równoliczne)
- ▶ dla każdej mocy istnieje zbiór o większej mocy, a dokładniej
- ▶ dla danego zbioru rodzina wszystkich jego podzbiorów ma moc większą od mocy wyjściowego zbioru, czyli
- ▶ istnieje nieskończenie wiele różnych typów nieskończoności

Co to jest krzywa na płaszczyźnie?

Definicja C. Jordana (1887)

Krzywa płaska to ciągłe przekształcenie odcinka $[0, 1]$ na płaszczyznę.

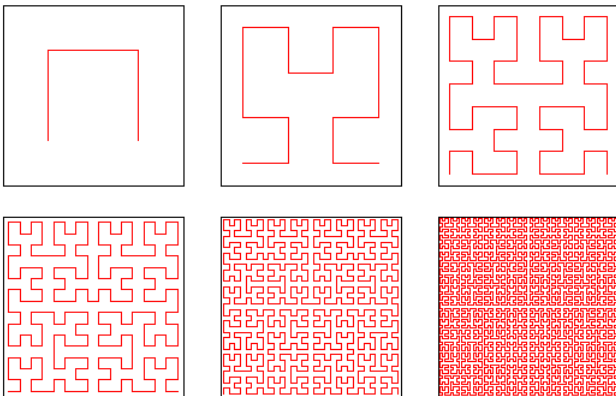
Traktujmy zmienną $t \in [0, 1]$ jako czas. Położenie punktu w chwili t na płaszczyźnie oznaczmy $(x(t), y(t))$.

Zatem definicja Jordana miała uściślić fizyczne pojęcie „ciągłego ruchu punktu materialnego na płaszczyźnie”.

Co to jest krzywa na płaszczyźnie?

Około roku 1890 G. Peano oraz (niezależnie) D. Hilbert podali przykłady takich krzywych w sensie Jordana, które „wypełniają” kwadrat, tzn. przechodzą przez każdy punkt kwadratu. Kwadrat NIE jest krzywą!

Tak powstaje krzywa Hilberta:



Trójkąt Sierpińskiego

Dziwne podzbiory płaszczyzny (zajmuje się nimi *topologia*):

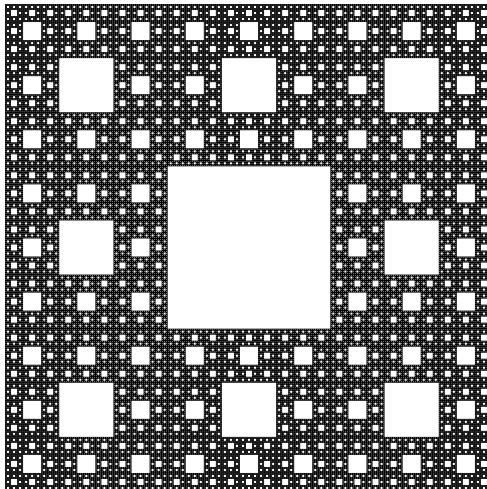


Rysunek przedstawia 4 kolejne kroki (iteracje). Postępując tak dalej, w granicy otrzymujemy trójkąt Sierpińskiego.

Dziś takie zbiory nazywamy *fraktalami* (określenie upowszechnione w roku 1982 przez Benoita Mandelbrota w książce „The Fractal Geometry of Nature”).

Dywan Sierpińskiego

A oto wynik 6 kolejnych iteracji, prowadzących od kwadratu do dywanu Sierpińskiego:



Początki polskiej szkoły matematycznej

Od 1908 roku jako docent wykłada we Lwowie Sierpiński.

W 1913 we Lwowie doktoryzuje się z topologii u Sierpińskiego Stefan Mazurkiewicz.

W 1911 w Paryżu doktoryzuje się Zygmunt Janiszewski tezą *O kontinuuach nierozkładalnych pomiędzy dwoma punktami*.

Skład komisji egzaminacyjnej:

- ▶ Henri Poincare (przewodniczący)
- ▶ Emil Borel (egzaminator)
- ▶ Henri Lebesgue (egzaminator)

Ankieta Kasy im. Mianowskiego

W roku 1917 Kasa im. Mianowskiego rozpisała wśród uczonych ankietę „O potrzebach nauki w Polsce”.

W I tomie wydawnictwa zbiorowego *Nauka polska, jej potrzeby, organizacja i rozwój* ukazały się odpowiedzi na tę ankietę, m. in. artykuł Zygmunta Janiszewskiego *O potrzebach matematyki w Polsce*.

Ankieta Kasy im. Mianowskiego

Zacznijmy od odpowiedzi Stanisława Zaremby na tę ankietę:

Rzesza młodych nauczycieli szkół średnich jest właściwym ośrodkiem, z którego wychodzą przyszli uczeni; kto z tej młodzieży wykaże należyte uzdolnienie, ten może w zagranicznych zakładach, bardziej zasobnych od naszych szkół wższych, pobierać dalsze wykształcenie.

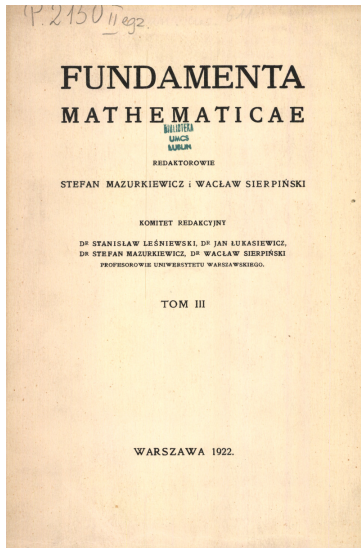
Ankieta Kasy im. Mianowskiego

Zygmunt Janiszewski był nie tylko znakomitym matematykiem, ale także świetnym organiатorem. Chciał stworzyć w Polsce prawdziwy ośrodek twórczej pracy matematycznej, aby, jak napisał, „zdobyć samodzielne stanowisko dla matematyki polskiej”.

W tym celu zaproponował coś, co nie miało precedensu w świecie.

- ▶ uprzywilejowanie jednego działu matematyki i skoncentrowanie się na nim (teoria mnogości i topologia)
- ▶ **stworzenie międzynarodowego czasopisma matematycznego, poświęconego tylko temu działowi**
- ▶ w następnym tomie „Nauki polskiej” Stefan Mazurkiewicz proponuje stworzenie kolekcji monografii matematycznych
- ▶ reakcja M. Frecheta na pomysł stworzenia takiego czasopisma
- ▶ jak wygląda dziś sytuacja na rynku czasopism matematycznych?
- ▶ Absolutna większość czasopism poświęcona jest jednemu, zwykle wąskiemu, działowi matematyki. Janiszewski miał rację!

Fundamenta Mathematicae



Zygmunt Janiszewski (1888–1920)



Budynek Wydziału Matematyki PWr stoi przy ulicy Zygmunta Janiszewskiego 14a.

Powstanie Polskiego Towarzystwa Matematycznego

W dniu 2 kwietnia 1919 roku w Krakowie powstaje PTM (16 osób, w tym Zaremba, Żorawski, Leja, Banach, Nikodym, Rosenblatt, Hoborski i inni)

Zebrańie Konstytuujące

Protokół Zebrańia Konstytuującego, odbytego w dniu 2. kwietnia 1919. r.
o godz. 5-tej wieczorem w lokalu Seminar. filozoficznego ul. św. Anny 12.
Obecni: Stefan Banach prof. gimn., Jubian Chmiel prof. gimn., Leoa Chmiel
prof. gimn., Mieczysław Góbas prof. gimn., Dr A. Hoborski docent uniw., Dr L. Kor-
dyński prof. gimn., Ludwik Kasyccki inżynier, Dr Fr. Leja asystent uniw., Oton
Nikodym prof. gimn., Dr A. Rosenblatt docent uniw., Andrzej Rozmus prof. gimn.,
Dr J. Sleszyński prof. uniw., Xawery Stauckiewicz, Dr A. Witk prof.
gimn., Dr St. Zaremba prof. uniw., Dr K. Żorawski prof. uniw.

Zebrańie zagaił Dr K. Żorawski podnosząc, że w Warszawie ma powstać ogólna.

Hugo Dyonizy Steinhaus (1887–1972)

Kolejne etapy kariery:

- ▶ matura w 1905 w Jaśle (gimnazjum klasyczne)
- ▶ studia matematyczne na uniwersytecie we Lwowie 1905/6 (Uniwersytet Franciszkański, od 1919 Uniwersytet Jana Kazimierza)
- ▶ studia w Getyndze 1906-1911, u Kleina i Hilberta, zakończone doktoratem *Neue Anwendungen des Dirichlet'schen Prinzips*.
- ▶ 1911-14 Jasło, potem udział w wojnie.
- ▶ 1916, Kraków, Planty: „największe matematyczne odkrycie”.
- ▶ 1920-1939 profesor na Uniwersytecie we Lwowie
- ▶ 1942-1945 Grzegorz Krochmalny z Berdechowa
- ▶ 1945-1972 Wrocław
- ▶ więcej informacji: hasło „Hugo Steinhaus” w Wikipedii

Ławka na Plantach w Krakowie



<http://www.matematyka.wroc.pl/doniesienia/laweczka-banacha-i-nikodyma>

Kalejdoskop Matematyczny

Niezwykła książka Steinhausa *Kalejdoskop Matematyczny*, pierwsze wydanie 1938 po polsku i równocześnie po angielsku jako *Mathematical Snapshots*

- ▶ Steinhaus widzi matematykę wszędzie wokół siebie. Przykłady nieoczywistych zastosowań matematyki, wspomniane w tej książce:
- ▶ najgęstsze upakowanie kul w przestrzeni
- ▶ ściganie okrętów
- ▶ podział pragmatyczny czyli sprawiedliwy (fair division)
- ▶ jak spacerować po brzegu morza, aby fale nie zmoczyły nam butów (i nie patrzeć bez przerwy pod nogi)?

Stefan Banach (1892–1945)



R. Duda: *Prawda i mity o pochodzeniu Stefana Banacha*, *Wiadomości Matematyczne* 45/2 (2009)

Stefan Banach (1892–1945)

- ▶ gimnazjum w Krakowie
- ▶ studia na Politechnice Lwowskiej 1910-1914
- ▶ spotkanie ze Steinhausem na Plantach w 1916 roku
- ▶ asystentura, doktorat bez studiów, habilitacja
- ▶ profesor od 1920 roku
- ▶ styl pracy: „Roma” i „Szkocka”
- ▶ „Studia Mathematica” oraz I tom Monografii Matematycznych
- ▶ wojna — karmiciel wszy w instytucie Rudolfa Weigla
- ▶ umiera we Lwowie 31 sierpnia 1945

Tu była kawiarnia „Szkocka”

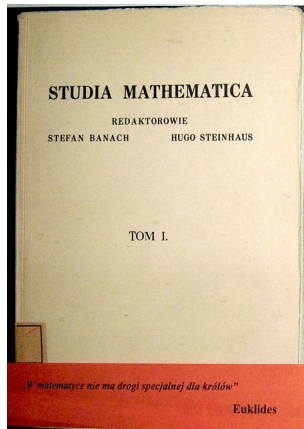


Grób S. Banacha na cmentarzu Łyczakowskim



Studia Mathematica

W roku 1929 Banach i Steinhaus zakładają czasopismo *Studia Mathematica* (tytuł zasugerowany przez prof. A. Łomnickiego), poświęcone Analizie Funkcjonalnej.



Co to jest Analiza Funkcjonalna?

Wektory na płaszczyźnie można dodawać i mnożyć przez liczby, wynikiem takich działań są zawsze wektory.

- ▶ Tak samo jest w przestrzeni trójwymiarowej.
- ▶ Każdy wektor płaszczyzny $\vec{w} = (w_1, w_2)$ można zapisać za pomocą wektorów bazowych $\vec{e}_1 = (1, 0)$ oraz $\vec{e}_2 = (0, 1)$:
- ▶ $\vec{w} = (w_1, w_2) = w_1\vec{e}_1 + w_2\vec{e}_2$
- ▶ Bazę w \mathbb{R}^3 tworzą wektory $\vec{e}_1 = (1, 0, 0)$, $\vec{e}_2 = (0, 1, 0)$, $\vec{e}_3 = (0, 0, 1)$
- ▶ Wymiar przestrzeni to liczba wektorów w bazie tej przestrzeni
- ▶ Suma $f(x) + g(x)$ oraz iloczyn $c \cdot f(x)$ funkcji ciągłych są funkcjami ciągłymi.
- ▶ Czemu nie popatrzyć na zbiór funkcji ciągłych $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ jako na przestrzeń złożoną z wektorów, oznaczaną $C([0, 1])$?
- ▶ Uwaga: funkcji x^5 nie da się przedstawić za pomocą $1, x, x^2, x^3$ i x^4 ,
- ▶ podobnie x^n za pomocą $1, x, x^2, \dots, x^{n-1}$ czyli
- ▶ przestrzeń $C([0, 1])$ jest nieskończenie wymiarowa.

Co to jest Analiza Funkcjonalna?

Takie przestrzenie złożone z funkcji, traktowanych jak wektory, mają bardzo ważne zastosowania.

Najważniejsze są pewne operacje, wykonywane na tych przestrzeniach. Jednym z przykładów takiej operacji jest przyporządkowanie danej funkcji jej pochodnej. Jest to operacja liniowa (teraz mówimy: operator liniowy)

$$\left(f(x) + g(x) \right)' = f'(x) + g'(x), \quad \left(c \cdot f(x) \right)' = c \cdot f'(x).$$

Pewne twierdzenia takiej abstrakcyjnej analizy funkcjonalnej pozwoliły na przykład wykazać, iż ważna klasa równań różniczkowych ma rozwiązania.

Przestrzeń Banacha

Jeśli w takiej abstrakcyjnej przestrzeni wektorowej określimy długość wektora $\|\vec{w}\|$, a za jej pomocą odległość między wektorami

$$d(w, v) = \|\vec{w} - \vec{v}\|$$

i ta przestrzeń będzie zupełna (czyli domknięta), to nazywamy ją przestrzenią Banacha.

Jako pierwszy użył tej nazwy francuski matematyk M. Frechet.

Wyszukiwarka po wpisaniu terminu „Banach space” podaje, że znaleziono około 47 200 000 wyników.

Lwowska szkoła matematyczna

Problematyka: analiza funkcjonalna i jej zastosowania

Stefan Banach i Hugo Steinhaus

- ▶ Stanisław Mazur
- ▶ Władysław Orlicz
- ▶ Stanisław Ulam
- ▶ Juliusz Paweł Schauder
- ▶ Marek Kac
- ▶ Stefan Kaczmarz
- ▶ Antoni Łomnicki
- ▶ Włodzimierz Stożek
- ▶ Kazimierz Bartel

Warszawska szkoła matematyczna

Problematyka: teoria mnogości, topologia, logika, teoria funkcji zmiennej rzeczywistej

Wacław Sierpiński i Zygmunt Janiszewski

- ▶ Stefan Mazurkiewicz
- ▶ Kazimierz Kuratowski
- ▶ Karol Borsuk
- ▶ Bronisław Knaster
- ▶ Andrzej Mostowski
- ▶ Stanisław Leśniewski
- ▶ Alfred Tarski
- ▶ Samuel Eilenberg

Krakowska szkoła matematyczna

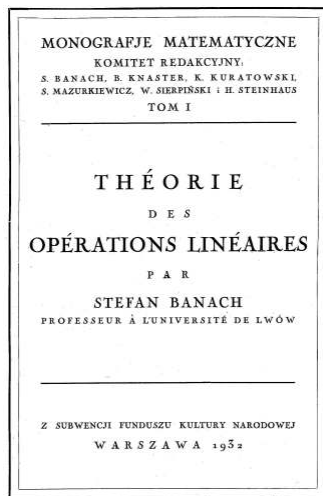
Problematyka: równania różniczkowe, geometria różniczkowa, funkcje analityczne

Stanisław Zaremba i Kazimierz Żorawski

- ▶ Stanisław Gołąb
- ▶ Antoni Hoborski
- ▶ Franciszek Leja
- ▶ Stanisław Łojasiewicz
- ▶ Czesław Olech
- ▶ Alfred Rosenblatt
- ▶ Jan Sleszyński
- ▶ Tadeusz Ważewski
- ▶ Witold Wilkosz

Monografie Matematyczne

Wspólne dzieło Lwowa i Warszawy, pierwszy tom ukazał się w 1932 roku.
To słynna książka *Theorie des Operations Lineaires* Stefana Banacha



Monografie Matematyczne

Po *Theorie des Operations Lineaires* Stefana Banacha ukazało się w tej serii jeszcze kilka wspaniałych książek:

- ▶ *Theorie de'l Integrale* Stanisława Saksa
- ▶ *Topologie* Kazimierza Kuratowskiego
- ▶ *Theorie der Orthogonalreichen* Stefana Kaczmarza i Hugona Steinhausa
- ▶ i do dziś najczęściej cytowana polska książka matematyczna:
- ▶ *Trigonometric Series* Antoniego Zygmunda

Trigonometric Series



Wilno

W Wilnie pracowali Antoni Zygmund i jego uczeń Józef Marcinkiewicz.



Po wojnie A. Zygmund pracował na Uniwersytecie w Chicago, gdzie wykształcił wspaniałą grupę matematyków zajmujących się tzw. analizą harmoniczną.

J. Marcinkiewicz był oficerem Wojska Polskiego i został zamordowany w Katyniu.

Księga Szkocka

Historia posiedzeń w „Szkockiej”

- ▶ dowody, które znikły na zawsze
- ▶ podobno najdłuższe posiedzenie trwało 17 godzin (wspomnienia S. Ulama)
- ▶ pani Łucja Banachowa kupuje zeszyt w twardej okładce
- ▶ http://kielich.amu.edu.pl/Stefan_Banach/archiwalia.html
- ▶ „Wspomnienia lwowskie” Kazimierza Szałajko:
- ▶ <https://wydawnictwa.ptm.org.pl/index.php/wiadomosci-matematyczne/article/view/4521/4096>
- ▶ problem (problemat) 153 Stanisława Mazura z 6 listopada 1936 roku:

Księga Szkoła

Problemat 153:

- ▶ S. Mazur (1936): czy każda ośrodkowa przestrzeń Banacha ma bazę Schaudera?
- ▶ Nagroda: żywa gęś.
- ▶ Per Enflo (1972): nie.
- ▶ Wykład Enflo w Warszawie i nagroda wręczona przez S. Mazura

Geş



Paradoksalny rozkład kuli

S. Banach i A. Tarski w 1924 roku udowodnili następujące twierdzenie:

Kulę można podzielić na skończoną liczbę części tak, aby przesuając i obracając w przestrzeni te części złożyć z nich **dwie kule identyczne jak wyjściowa**.



Paradoksalny rozkład kuli

Przesuwanie i obracanie powinno zachować objętości tych fragmentów kuli, czyli podwoiliśmy objętość operacjami, które zachowują objętość!

- ▶ Dlaczego tu nie ma sprzeczności?
- ▶ Kula i dwie kule mają tyle samo punktów (kontinuum), więc tu sprzeczności nie ma.
- ▶ Kawałki, na które dzielimy wyjściową kulę są tak „dzikie”, że nie da się dla nich określić objętości!
- ▶ Dla koła na płaszczyźnie tego się zrobić nie da.
- ▶ W dowodzie twierdzenia stosuje się tak zwany **aksjomat wyboru**.
- ▶ Aksjomat wyboru (E. Zermelo 1908): Mając daną dowolną rodzinę zbiorów $(A_t)_{t \in T}$ **można** utworzyć zbiór, który ma dokładnie jeden element wspólny z każdym zbiorem A_t .
- ▶ Gdy zbiór indeksów T ma taką moc, jak liczby naturalne, to ten aksjomat nie ma takich dziwnych wniosków.
- ▶ Niektórzy matematycy odrzucają ten aksjomat jako niekonstruktywny.

Twierdzenie o antypodach

Twierdzenie o antypodach (Karol Borsuk i Stanisław Ulam):

W każdej chwili na powierzchni Ziemi ISTNIEJĄ takie dwa punkty antypodyczne, w których jest jednakowa temperatura i jednakowe ciśnienie.

Twierdzenie o kanapce

Twierdzenie o kanapce (w sformułowaniu H. Steinhaus):

Jeśli mamy bułkę z masłem i szynką to ISTNIEJE taka płaszczyzna, która dzieli na połowy i bułkę i masło i szynkę.

Inne działy matematyki - statystyka

<https://wydawnictwa.ptm.org.pl/index.php/wiadomosci-matematyczne/article/download/3067/2792>



Jerzy Spława-Neyman

Inne działy matematyki - kryptologia

<http://www.mmm.uni.wroc.pl/archiwum/mmm21/rejewski.pdf>

Od lewej: Henryk Zygalski, Jerzy Różycki, Marian Rejewski



Oddziaływanie Polskiej Szkoły Matematycznej

Gdy w latach 50-tych XX wieku profesor Wacław Sierpiński został zaproszony do wygłoszenia wykładów na Uniwersytecie Berkeley, gdzie profesorami byli Alfred Tarski i Jerzy Spława-Neyman, wydarzyła się poniższa historia.

Gdy po pierwszym wykładzie dziekan wydziału, by ukazać wpływ profesora Sierpińskiego na rozwój matematyki, poprosił o powstanie

- ▶ uczniów prof. Sierpińskiego, to wstały 3 osoby
- ▶ uczniów uczniów prof. Sierpińskiego, to wstało kilkanaście osób
- ▶ uczniów uczniów uczniów prof. Sierpińskiego, to wstali niemal wszyscy obecni

Oddziaływanie Polskiej Szkoły Matematycznej

Istnieją trzy ogólnie znane pojęcia matematyczne, których nazwy pochodzą od konkretnych krajów. Są to:

- ▶ trójkąt egipski
- ▶ chińskie twierdzenie o resztach
- ▶ przestrzeń polska (tzn. metryczna, ośrodkowa i zupełna).

Oddziaływanie Polskiej Szkoły Matematycznej

Dlaczego polscy informatycy są tak chętnie zatrudniani w całej Europie?

Informatykę (algorytmy i języki programowania) stworzyli w latach 1945-1970 głównie matematycy, architekturę komputera opartą na procesorze i pamięci wewnętrznej wymyślił John von Neumann, też matematyk.

Polska szkoła podstaw matematyki (logika, badanie systemów aksjomatycznych i języków formalnych) pozwoliła wykształcić wielu ludzi, którzy bez kłopotu mogli w latach 60-tych zająć się tworzeniem algorytmów i języków programowania. Stąd renoma polskich informatyków.

Metoda Monte Carlo

Stanisław Ulam używał komputera do obliczeń, opartych na „losowym wyborze punktów” i nazwał to metodą Monte Carlo. Jak bardzo jest ona popularna świadczy fakt, że po wpisaniu „Monte Carlo method” wyszukiwarka podaje ponad 63 000 000 wyników.

Przykład zastosowania:

- ▶ Jak oszacować pole klombu o nieregularnym kształcie?
- ▶ Niech ten klomb będzie zawarty w prostokącie o wymiarach 20 na 20 metrów (400 m^2).
- ▶ Bierzemy 100 (lepiej 1000) kamieni i staramy się rozrzucić je losowo, ale w miarę równomiernie po całym prostokącie.
- ▶ Jeżeli spośród tych 100 kamieni 40 upadło na klomb, to
- ▶ w przybliżeniu można przyjąć, że zajmuje on powierzchnie ok. 40% prostokąta,
- ▶ czyli ma ok. 160 m^2 .

Podsumowanie

Stanisław Ulam miał zwyczaj twierdzić (a cały jego życiorys jest tego dowodem), że

matematyk zrobi to lepiej.

Wniosek:

Podsumowanie

Uczmy się matematyki.

Bo warto!